

# Математичні основи калібрування дисторсії в цифрових камерах

В.С. Стаднічук, В.Г. Колобродов

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут” ім. Ігоря Сікорського,  
просп. Перемоги, 37, 03056, Київ, Україна  
v.stadnichuk@kpi.ua; thermo@ukr.net

## Анотація

Станом на сьогодні більшість процесів автоматизовані людиною за допомогою комп'ютеризації. Не оминув цей процес і автомобільну галузь. Останні доробки в цій галузі дають надію, що в недалекому майбутньому автомобілі будуть повністю автономними. Але перед цим потрібно вирішити ряд наявних проблем, такі як збільшення кута поля зору для більшого охоплення дороги при мінімальному викривленні простору. Адже відомо, що при збільшенні кута поля зору збільшується дисторсія (невідповідність геометричної подоби між об'єктом та його зображенням). Ця невідповідність значно знижує точність роботи алгоритмів розпізнавання. Для вирішення вказаної проблеми ця робота пропонує метод калібрування камери. Розглянуто математичні аспекти дисторсії та методу калібрування автомобільних камер, похибки калібрування. Запропоновано метод статичного калібрування без використання точок на нескінченності, за допомогою статичних шаблонів.

**Ключові слова:** калібрування; дисторсія; похибка дисторсії; камера; спотворення.

Отримано: 10.03.2023

Відредаговано: 29.03.2023

Схвалено до друку: 31.03.2023

## 1. Вступ

Дисторсія є складною і важливою проблемою в аналізі цифрових зображень. Багато алгоритмів комп'ютерного зору в автомобільній промисловості, такі як виявлення поверхонь за алгоритмами руху, детектори дорожніх знаків та дорожньої розмітки, працюють завдяки моделі лінійної камери-обскури. Однак більшість камер, які використовуються в автомобільній промисловості, вносять значні оптичні спотворення, а саме аберацію – дисторсію. Найбільш значущим типом дисторсії на сьогодні є радіальна дисторсія [1–3]. Найпомітніше це в ширококутних камерах [4]. Ці типи камер широко використовуються в автомобільній промисловості через великий кут поля зору, завдяки якому вдається отримати більше інформації про навколишнє середовище [5, 6]. Через радіальну дисторсію пряма лінія об'єкта спотворюється на зображенні об'єкта, тобто порушується геометрична подоба між об'єктом та його зображенням [7]. Це порушує основну гіпотезу в моделі камери-обскури, коли пряма лінія об'єкта перетворюється на пряму на зображенні [8]. Було представлено декілька моделей дисторсії для різних типів камер [9]. Найширше використовується модель радіальної дисторсії, яка є поліноміальною моделлю парного порядку. Іншою широко використовуваною моделлю радіальної дисторсії є тангенціальна модель [10].

Відомі методи калібрування використовують динамічний метод, коли визначається так званий “vanishing point” – точки на нескінченності, і вже від них перераховуються коефіцієнти виправлення дисторсії [11]. Цей метод вимагає розрахунків “на ходу”, та за рахунок не завжди точного визначення точок коефіцієнти дисторсії мають значну похибку.

У роботі використовується нетрадиційне визначення терміну “калібрування”. Використовується термін “калібрування” в рамках бібліотеки комп'ютерного зору OpenCV: процес оцінки параметрів камери називається *калібруванням* камери. Це означає, що наявна вся інформація (параметри або коефіцієнти) про камеру, необхідну для визначення точного співвідношення між 3D-точкою в реальному світі та її відповідною 2D-проекцією (пікселем) на зображенні, знятому цією відкаліброваною камерою.

Інший відомий метод калібрування [12] вимагає знаходження прямих ліній або якогось відомого об'єкта під час руху. Цей метод має ті ж недоліки, що й попередній. Тому його застосування вимагає значних зусиль для налаштування.

Для широкоформатних сканерів (із великим кутом поля зору) застосовують калібрацію дисторсії, оскільки для, наприклад, картографічних цілей висуваються високі вимоги щодо відповідності об'єкта й зображення. Таке калібрування вико-

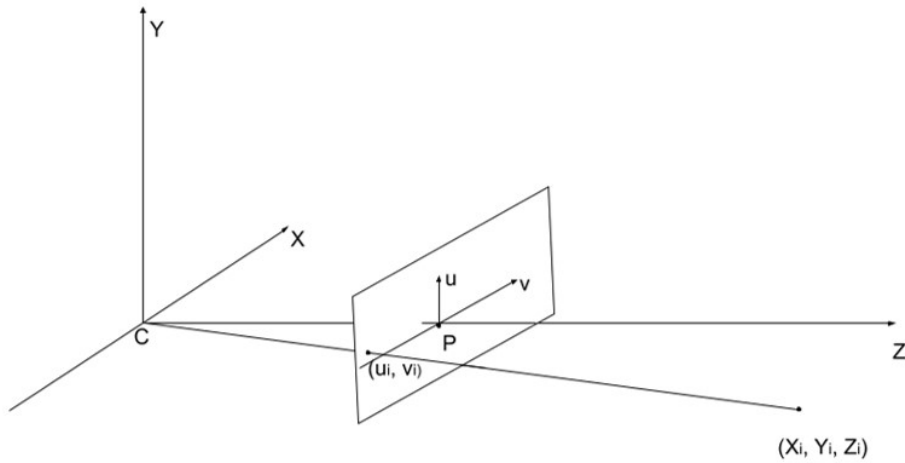


Рис. 1. Модель камери-обскури: P – головна точка; (X<sub>i</sub>; Y<sub>i</sub>; Z<sub>i</sub>) – світові координати; (u<sub>i</sub>; v<sub>i</sub>) – відображені координати зображення; C – центр камери (обскури)

нувалося за допомогою юстування об'єктива та приймача випромінювання й розрахунку інтерполяційного фільтра [11].

**Мета статті** – зробити аналіз математичних методів моделювання дисторсії в ширококутних автомобільних цифрових камерах, на основі якого запропонувати новий метод калібрування камери.

## 2. Математична модель камери

Камеру можна розглядати як систему відображення, яка описує взаємозв'язок між тривимірним простором реального світу та його проекцією на площину двовимірного зображення. Модель камери-обскури описує апертуру фотокамери як одну точку без лінз, які використовуються для фокусування світла. Ця модель дуже проста і не допускає, наприклад, розмиття нефокусованого об'єкта, викликане переважно кінцевим розміром отворів. Ця модель також не включає ефект спотворення через аберації об'єктива. Таким чином, модель камери-обскури можна використовувати лише як перше наближення функції відображення.

На рис. 1 показано геометричну інтерпретацію моделі камери-обскури.

Наведене вище геометричне зображення можна записати як:

$$\begin{bmatrix} u_u \\ v_u \\ 1 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} f_1 & s & v_0 \\ 0 & f_2 & u_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13}x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23}y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33}z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де  $f_1$  та  $f_2$  – фокусні відстані за віссю X та Y відповідно;  $r$  – відстань від центру спотворення до викривленої точки;  $s$  – параметр перекосу;  $v, u$  – координати “принципової” площини.

Формула (1) – це рівняння перетворення реальних координат об'єкта у координати об'єкта на зображенні [12]. Можна вказати дві частини моделі камери-обскури: внутрішня (intrinsic) та зовнішня (extrinsic).

### 2.1. Внутрішня матриця

Внутрішня частина містить внутрішні параметри камери і представлена внутрішньою матрицею (2).

$$\begin{bmatrix} f_1 & s & v_0 \\ 0 & f_2 & u_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Зміст змінних:  $f_1$  та  $f_2$  є фокальною довжиною в перпендикулярних напрямках,  $u_0$  і  $v_0$  представляють головну точку площини зображення, перекіс останньої характеризують перпендикулярність  $u$  і  $v$  один до одного. На рис. 2 показано геометричне значення змінної фокусної відстані.

Автомобільні камери мають фіксовану фокусну відстань, таким чином, усі внутрішні параметри є незмінними, і вони є результатом конструкції камери.

### 2.2. Зовнішня матриця

Зовнішня матриця (3) відповідає за перетворення світових координат у координати камери. Вона складається з матриці обертання, представленої коефіцієнтами  $r_i$  та вектором трансляції  $[x; y; z]^T$ .

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13}x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23}y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33}z \end{bmatrix}. \quad (3)$$

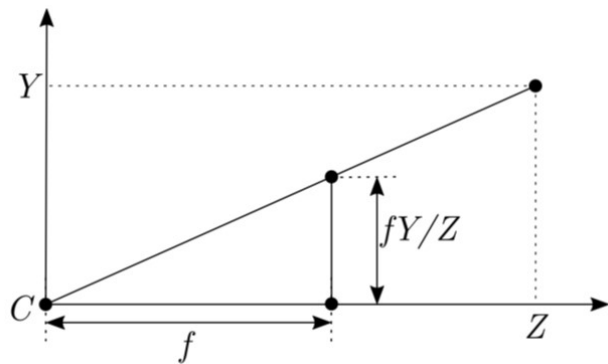


Рис. 2. Вид збоку, якщо X = 0, (f; Y; Z)

### 2.3. Перекіс

Розумно вважати, що фокусна відстань в обох перпендикулярних напрямках однакова:

$$f_1 = f_2. \quad (4)$$

Модель камери-обскури передбачає, що координати зображення є евклідовою відстанню, що має однаковий масштаб в обох осевих напрямках. У реальному випадку площиною зображення є ПЗЗ-матриця. Можливо, пікселі не є квадратними. Отже, якщо вони є прямокутниками, внутрішню матрицю потрібно помножити з лівого боку на коефіцієнт:

$$\begin{bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де  $b_x$  і  $b_y$  – кількість пікселів на одиницю довжини.

Більшість популярних лінз розроблені так, щоб бути симетричними відносно центру лінзи. Різна фокусна відстань означає, що фокусна відстань змінюється залежно від напрямку, що є небажаним ефектом. Параметр перекосу зазвичай дорівнює нулю, тобто

$$s = 0. \quad (6)$$

Однак у деяких випадках він може набувати ненульових значень. Це трапляється, коли осі  $u$  і  $v$  не перпендикулярні одна одній. Ненульовий перекіс може виникнути, якщо фотографію повторно фотографувати, але така ситуація трапляється дуже рідко, тому опустимо цей ефект. Загальна форма внутрішньої матриці буде такою:

$$\begin{bmatrix} d_1 & 0 & v_0 \\ 0 & d_2 & u_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

### 2.4. Калібрування

Типовий метод калібрування камери використовує шахову дошку, чії комірки (кути квадратів) служать координатами в тривимірному просторі. Шахова дошка – це плоска площина, тому можна

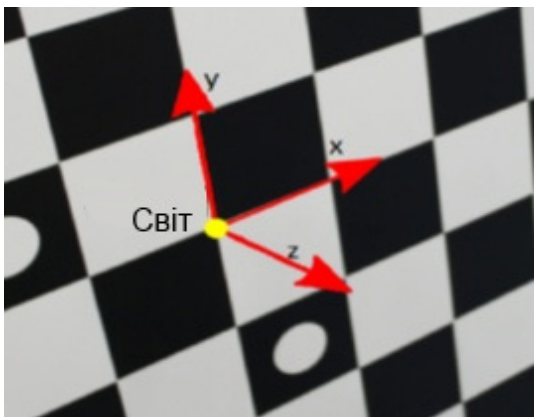


Рис. 3. Початок системи координат для шахової дошки

вважати, що координати  $Z$  дорівнюють нулю. Це показано на рис. 3.

Таким чином, можна записати модель камери-обскури (1), припускаючи, що  $Z = 0$ .

$$\begin{bmatrix} u_u \\ v_u \\ 1 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} d_1 & s & v_0 \\ 0 & d_2 & u_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}. \quad (8)$$

### 3. Дисторсія об'єктива

Дисторсія лінзи є формою оптичної аберації й визначається як відхилення від прямолінійної проєкції. Це означає, що прямі лінії об'єкта стають викривленими на зображенні. Існують різні види спотворення:

- бочковидна дисторсія;
- подушковидна дисторсія.

#### 3.1. Радіальні моделі

Зазвичай використовуються дві моделі радіального спотворення:

- поліноміальна модель парного порядку;
- модель поділу.

Значення змінних однакове в обох наведених моделях. Поліноміальна модель парного порядку (9)–(10) є найбільш вживаною моделлю дисторсії [13]:

$$u_u = (u_d - u_0^d)(1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4 + \dots + k_n r_d^{2n}), \quad (9)$$

$$v_u = (v_d - v_0^d)(1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4 + \dots + k_n r_d^{2n}), \quad (10)$$

де  $(u_d; v_d)$  і  $(u_u; v_u)$  – відповідні спотворені та неспотворені точки;  $(u_0^d; v_0^d)$  є центром спотворення;  $r_d$  – відстань від центру спотворення до викривленої точки;  $k$  – коефіцієнт дисторсії.

#### 3.2. Тангенціальна модель

Тангенціальна дисторсія з'являється у випадку, коли лінза не паралельна площині зображення (ПЗЗ). Тангенціальну дисторсію можна виразити так [14]:

$$u_d = p_1(r_u^2 + 2u_{ud}^2) + 2p_2 u_{ud} v_{ud}, \quad (11)$$

$$v_d = p_2(r_u^2 + 2v_{ud}^2) + 2p_1 u_{ud} v_{ud}, \quad (12)$$

де  $u_{ud} = u_d - u_0^d$  і  $v_{ud} = v_d - v_0^d$ .

### 4. Основні рівняння

Дослідимо обмеження на внутрішні параметри камери, які виникають при спостереженні однієї площини. Почнемо з позначень, використаних у цій статті.

#### 4.1. Позначення

Двовимірну точку позначають:  $m = [u; v]^T$ . Тривимірну точку позначають:  $M = [X; Y; Z]^T$ . Ми використовуємо  $x$  для позначення розширеного

вектора, додаючи 1 як останній елемент:  $m = [u; v; 1]^T$  та  $M = [X; Y; Z; 1]^T$ . Камера моделюється за допомогою звичайного отвору: співвідношення між тривимірною точкою  $M$  та її проекцією зображення  $m$  визначається як [15]

$$sm = A[Rt]M, \quad (13)$$

де  $s$  – довільний масштабний коефіцієнт,  $(R; t)$ , які називають зовнішніми параметрами,  $M$  – це обертання та переміщення, які пов'язують світову систему координат із системою координат камери, та  $A$ , яка називається внутрішньою матрицею камери, визначається як

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

з  $(u_0; v_0)$  координатами головної точки,  $\alpha$  і  $\beta$  масштабними коефіцієнтами в осях  $u$  і  $v$  зображення і  $\gamma$  параметром, що описує асигнацію двох осей зображення.

Ми використовуємо аббревіатуру  $A^{-T}$  для  $(A^{-1})^T$  або  $(A^T)^{-1}$ .

#### 4.2. Гомографія між площиною моделі та її зображенням

Будемо вважати, що площина моделі знаходиться на  $Z = 0$  світової системи координат. Позначимо  $i$ -й стовпець матриці обертання  $R$  через  $r_i$ . З (8) отримуємо:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A[r_1 \ r_2 \ r_3 \ t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \end{bmatrix} = A[r_1 \ r_2 \ t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

#### 4.3. Обмеження на внутрішні параметри

За зображенням площини моделі можна оцінити гомографію. Матрицю гомографії  $H$  можна розкласти на 3 вектори:  $H = [h_1 \ h_2 \ h_3]$ . З (2) маємо

$$[h_1 \ h_2 \ h_3] = \lambda A[r_1 \ r_2 \ t],$$

де  $\lambda$  – довільний скаляр. Використовуючи знання, що  $r_1$  і  $r_2$  ортонормовані, маємо

$$h_1^T A^{-T} A^{-1} h_2 = 0; \quad (15)$$

$$h_1^T A^{-T} A^{-1} h_2 = h_2^T A^{-T} A^{-1} h_1. \quad (16)$$

Це два основних обмеження на внутрішні параметри, враховуючи одну гомографію. Оскільки гомографія має 8 ступенів свободи і є 6 зовнішніх параметрів (3 для обертання і 3 для трансляції), можемо отримати лише 2 обмеження на внутрішні параметри. Зауважимо, що  $A^{-T} A^{-1}$  фактично описує образ абсолютної конічності [16].

#### 5. Вирішення задачі калібрування камери

Рекомендована процедура калібрування така:

1. Роздрукувати викрійку та прикріпити її до плоскої поверхні.

2. Зробити кілька зображень площини моделі в різних орієнтаціях, перемішаючи будь-яку площину або фотоапарат.

3. Виявити характерні точки на зображеннях.

4. Оцінити п'ять внутрішніх параметрів і всі зовнішні параметри за допомогою закритої форми рішення, як описано в підрозділі 5.1.

5. Оцінити коефіцієнти радіального викривлення шляхом розв'язання лінійного методу найменших квадратів (14).

6. Уточнити усі параметри шляхом мінімізації (15).

За результатами роботи та експерименту розглянуто аналітичне рішення, техніку нелінійної оптимізації на основі критерію максимальної правдоподібності.

#### 5.1. Рішення закритої форми

Нехай

$$B = A^{-T} A^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} = \quad (17)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{\gamma}{\alpha^3} & \frac{v_0 - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} \\ -\frac{\gamma}{\alpha^2 \beta} & \frac{\gamma^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{\gamma(v_0 \gamma - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0 \gamma - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} & -\frac{\gamma(v_0 \gamma - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(v_0 \gamma - u_0 \beta)^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix}$$

Зауважимо, що  $B$  є симетричним, визначеним 6D-вектором

$$b = [B_{11} B_{12} B_{22} B_{13} B_{23} B_{33}]^T.$$

Нехай  $i$ -й вектор-стовпець  $H$  буде  $h_i = [h_{i1}; h_{i2}; h_{i3}]^T$ . Тоді маємо

$$h_i^T B h_i = v_{ij}^T b |, \\ 3 \ v_{ij} = \begin{bmatrix} h_{i1} h_{j1}, h_{i1} h_{j2} + h_{i2} h_{j1}, h_{i2} h_{j2}, h_{i3} h_{j1} + \\ + h_{i1} h_{j3}, h_{i3} h_{j2} + h_{i2} h_{j3}, h_{i3} h_{j3} \end{bmatrix}^T.$$

Отже, два фундаментальних обмеження (3) і (4) із заданої гомографії можна переписати як 2 однорідних рівняння в  $b$ :

$$\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} - v_{22})^T \end{bmatrix} b = 0.$$

Якщо спостерігаються  $n$  зображень модельної площини, складаючи  $n$  таких рівнянь, як (8), маємо  $Vb = 0$ , де  $V$  – матриця  $2n \times 6$ . Якщо  $n \geq 3$ , ми матимемо загалом єдине рішення  $b$ , визначене з точністю до масштабного коефіцієнта. Якщо  $n = 2$ , можемо накласти безперекісне обмеження  $\gamma = 0$ , тобто  $[0; 1; 0; 0; 0; 0]b = 0$ , яке додається як додаткове рівняння до (9). Розв'язок (9) добре відомий як власний вектор  $V^T V$ , пов'язаний із

найменшим власним значенням (еквівалентно, правий сингулярний вектор  $V$ , пов'язаний із найменшим).

З (2) маємо

$$r_1 = \lambda A^{-1}h_1, \quad r_2 = \lambda A^{-1}h_2, \quad r_3 = r_1 \times r_2, \quad t = \lambda A^{-1}h_3.$$

Звичайно, через шум у даних обчислена таким чином матриця  $R = [r_1; r_2; r_3]$  не задовольняє властивості матриці обертання. Одиниці вимірювання – пікселі зображення.

## 5.2. Оцінка похибок

Досі не розглянуто дисторсію об'єктива камери. Однак камера зазвичай має аберації об'єктива, особливо радіальну дисторсію. У цьому розділі розглянемо перші два члени радіальної дисторсії. Зважаючи на літературу [16–18], ймовірно, що у функції дисторсії повністю домінують радіальні компоненти, і особливо перший член. Було також виявлено, що будь-яке більш детальне моделювання не тільки не допоможе (незначно в порівнянні з квантуванням давача), але й спричинить чисельну нестабільність [19].

Нехай  $(u;v)$  – ідеальні (без спотворень) координати піксельного зображення, а  $(\hat{u};\hat{v})$  – відповідні реальні координати зображення. Ідеальні точки є проекцією точок моделі відповідно до моделі обскури. Подібним чином  $(x; y)$  і  $(\hat{x}; \hat{y})$  є ідеальними (без спотворень) і реальними (спотвореними) нормалізованими координатами зображення. Маємо [20]

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x + x \left[ k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 \right]; \\ \hat{y} &= y + y \left[ k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 \right], \end{aligned}$$

де  $k_1$  і  $k_2$  – коефіцієнти радіальної дисторсії. Величиною для визначення є координати зображення. Центр радіального спотворення збігається з головною точкою. З  $\hat{u} = u_0 + \alpha x + \gamma y$  і  $\hat{v} = v_0 + \beta y$  і припускаючи, що  $\gamma = 0$ , маємо

$$\begin{aligned} \hat{u} &= u + (u - u_0) \left[ k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 \right]; \\ \hat{v} &= v + (v - v_0) \left[ k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 \right]. \end{aligned}$$

**Оцінка максимальної ймовірності.** Експериментально виявлено, що конвергенція вище-

вказаної техніки чергування є повільною. Тоді природним розширенням (10) є оцінка повного набору параметрів шляхом мінімізації наступного функціоналу:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \| m_{ij} - \tilde{m}(A, R_i, t_i, M_i) \|,$$

де  $\tilde{m}(A; k_1; k_2; R_i; t_i; M_j)$  є проекцією точки  $M_j$  на зображенні і згідно з рівнянням (2), з подальшим спотворенням відповідно до (11) і (12). Це нелінійна задача мінімізації, яка вирішується за допомогою алгоритму Левенберга-Марквардта, реалізованого в Minpack [18]. Поворот знову параметризований 3-вектором  $r$ , як у розд. 3.2. Початкове припущення  $k_1$  і  $k_2$  можна отримати за допомогою методу, описаного в останньому параграфі, або просто встановивши для них значення 0.

**Критерій корекції дисторсії.** Типовий критерій калібрування камери – це похибка повторного проектування, де задані внутрішні параметри  $f_x, f_y, c_x, c_y, k_1, k_2, p_1, p_2, k_3$  і відомий зовнішній параметр виду  $im_k$ , відомі точки об'єкта проєктуються на екран. Потім середньоквадратична похибка (RMS) обчислюється між реальними піксельними координатами  $(x_j + y_i)$  і спроектованими  $(x_i^{proj}, y_i^{proj})$ .

$$E_{projection} = \sqrt{\frac{1}{n_{features}} \sum_{i=1}^{n_{features}} [(x_i - x_i^{proj})^2 + (y_i - y_i^{proj})^2]}.$$

Середньоквадратична помилка повторної проєкції також використовується в методі Жанга для оптимізації внутрішніх параметрів. Однак для заданого набору зображень  $sk$  мінімізовані середньоквадратичні помилки будуть іншими.

Розглянуто одну складову невизначеності.

## 6. Висновки

У статті розглянуто теоретичні аспекти виникнення дисторсії об'єктива, види дисторсії, методи калібрування та критерії оцінювання калібрування дисторсії. Загалом, дисторсія є невід'ємною частиною отримання зображення, що вносить спотворення при отриманні максимальної подібності між об'єктом та зображенням, тому для отримання якісних результатів запропоновано застосовувати новий метод калібрування дисторсії.

# Mathematical aspects of distortion calibration for digital cameras

V. Stadnichuk, V. Kolobrodov

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Peremogy Ave., 37, 03056, Kyiv, Ukraine  
v.stadnichuk@kpi.ua; thermo@ukr.net

## Abstract

Nowadays, most human processes are automated by means of computerization. This process has not spared the automotive industry. The latest developments in this field give promise that in the near future, cars will be completely autonomous. However, before that, there is an urgent need to address a number of issues, such as increasing the angle of view for greater coverage of the road with minimal space curvature. It is known that when the angle of view increases, so does the distortion (a mismatch in geometric similarity between an object and its image). This mismatch significantly reduces the accuracy of recognition algorithms. To solve this problem, this paper proposes a calibration method for cameras. The paper deals with mathematical aspects of distortion and the method of calibration of automobile cameras, and calibration errors. The method of static calibration without the use of points at infinity using static templates is proposed. A conventional camera has a small field of view (about 80 degrees). Such angle of view does not provide full scanning of the space; as a result, some of the necessary information remains outside the field of view, which is crucial for automotive industry because road signs, pedestrians, traffic lights might be missed. Therefore, in case of car cameras, the angle of view is increased by introducing distortion aberration. In this case, the field of view increases, yet the geometric similarity between the object and its image is affected. This, in turn, can affect the accuracy of computer vision algorithms. In order to keep the field of view angle large and the similarity between the subject and the object, it is necessary to calibrate the camera. In this paper, a calibration method for wide-angle car cameras is proposed and considered.

**Keywords:** calibration; distortion; distortion error; camera.

## Список літератури

1. Final report of the eSafety Working Group on Road Safety. European Commission, Directorate-General for the Information Society and Media, 2002.
2. Bellino M. et al. Calibration of an embedded camera for driver-assistant systems. *Intelligent Transportation Systems: Proceedings of the Conference*. IEEE, 2005, pp. 354–359. doi:10.1109/ITSC.2005.1520074
3. Bellino M. et al. Lane detection algorithm for an onboard camera. *Photonics in the Automobile: Proceedings of SPIE*, 2005, vol. 5663, pp. 102–111. <https://doi.org/10.1117/12.596866>
4. Abdel-Aziz Y.I., Karara H.M. Direct Linear Transformation from Comparator to Object Space Coordinates in Close-Range Photogrammetry. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2015, vol. 81, no. 2, pp. 103–107. doi: 10.14358/PERS.81.2.103
5. Fischler M.A., Bolles R.C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 1981, vol. 24, no. 6, pp. 381–395. <https://doi.org/10.1145/358669.358692>
6. Luong Q.-T., Faugeras O.D. Self-Calibration of a Moving Camera from Point Correspondences and Fundamental Matrices. *International Journal of Computer Vision*, 1997, vol. 22, pp. 261–289.
7. Martins H.A., Birk J.R., Kelley R.B. Camera models based on data from two calibration planes. *Computer Graphics and Image Processing*, 1981, vol. 17, issue 2, pp. 173–180. doi: 10.1016/0146-664x(81)90024-1
8. Faig W. Calibration of Close-Range Photogrammetric Systems: Mathematical Formulation. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 1975, vol. 41, no. 12, pp. 1479–1486.
9. Sutherland I.E. Three-Dimensional Data Input by Tablet. *Proceedings of the IEEE*, 1974, vol. 62, no. 4, pp. 453–461.
10. Hartley R., Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision. Second edition. Cambridge university press, 2003.
11. Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, vol. 3, issue 4, pp. 323–344. doi: 10.1109/JRA.1987.1087109
12. Coxeter H.S.M. Projective Geometry. Springer Science & Business Media, 2003. 162 p.
13. Shimizu I. et al. Head pose determination from one image using a generic model. *Automatic Face and Gesture Recognition: Proceedings of the Third IEEE International Conference*. IEEE, 1998, pp. 100–105. doi: 10.1109/AFGR.1998.670932

14. Foursa M. Real-time infrared tracking system for virtual environments. *Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH International Conference on Virtual Reality continuum and its applications in industry*. New York, 2004, pp. 427–430.
15. Sturm P.F., Maybank S.J. On plane-based camera calibration: A general algorithm, singularities, applications. *Proceedings of 1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (Cat. No PR00149). IEEE, 1999, vol. 1, pp. 432–437. doi: 10.1109/CVPR.1999.786974
16. Pan X. et al. Spatial as Deep: Spatial CNN for Traffic Scene Understanding. *Proceedings of the Thirty-Second AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2018, vol. 32, no. 1. <https://doi.org/10.1609/aaai.v32i1.12301>
17. Phillion J. FastDraw: Addressing the Long Tail of Lane Detection by Adapting a Sequential Prediction Network. *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2019, pp. 11582–11591.
18. Qu Z. et al. Focus on Local: Detecting Lane Marker from Bottom Up via Key Point. *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2021, pp. 14122–14130.
19. Abualsaud H. et al. LaneAF: Robust Multi-Lane Detection with Affinity Fields. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, vol. 6, no. 4, pp. 7477–7484. doi: 10.1109/LRA.2021.3098066
20. Ge Z. et al. YOLOX: Exceeding YOLO Series in 2021. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2107.08430>
7. Martins H.A., Birk J.R., Kelley R.B. Camera models based on data from two calibration planes. *Computer Graphics and Image Processing*, 1981, vol. 17, issue 2, pp. 173–180. doi: 10.1016/0146-664x(81)90024-1
8. Faig W. Calibration of Close-Range Photogrammetric Systems: Mathematical Formulation. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 1975, vol. 41, no. 12, pp. 1479–1486.
9. Sutherland I.E. Three-Dimensional Data Input by Tablet. *Proceedings of the IEEE*, 1974, vol. 62, no. 4, pp. 453–461.
10. Hartley R., Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision. Second edition. Cambridge university press, 2003.
11. Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, vol. 3, issue 4, pp. 323–344. doi: 10.1109/JRA.1987.1087109
12. Coxeter H.S.M. Projective Geometry. Springer Science & Business Media, 2003. 162 p.
13. Shimizu I. et al. Head pose determination from one image using a generic model. *Automatic Face and Gesture Recognition: Proceedings of the Third IEEE International Conference*. IEEE, 1998, pp. 100–105. doi: 10.1109/AFGR.1998.670932
14. Foursa M. Real-time infrared tracking system for virtual environments. *Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH International Conference on Virtual Reality continuum and its applications in industry*. New York, 2004, pp. 427–430.
15. Sturm P.F., Maybank S.J. On plane-based camera calibration: A general algorithm, singularities, applications. *Proceedings of 1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (Cat. No PR00149). IEEE, 1999, vol. 1, pp. 432–437. doi: 10.1109/CVPR.1999.786974
16. Pan X. et al. Spatial as Deep: Spatial CNN for Traffic Scene Understanding. *Proceedings of the Thirty-Second AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2018, vol. 32, no. 1. <https://doi.org/10.1609/aaai.v32i1.12301>
17. Phillion J. FastDraw: Addressing the Long Tail of Lane Detection by Adapting a Sequential Prediction Network. *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2019, pp. 11582–11591.
18. Qu Z. et al. Focus on Local: Detecting Lane Marker from Bottom Up via Key Point. *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2021, pp. 14122–14130.
19. Abualsaud H. et al. LaneAF: Robust Multi-Lane Detection with Affinity Fields. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2021, vol. 6, no. 4, pp. 7477–7484. doi: 10.1109/LRA.2021.3098066
20. Ge Z. et al. YOLOX: Exceeding YOLO Series in 2021. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2107.08430>

## References