

# Системные рефракционные эффекты при измерениях, осуществляемых с помощью электромагнитных волн на трансатмосферных трассах

А.В. Прокопов

Национальный научный центр "Институт метрологии", ул. Миросицкая, 42, 61002, Харьков, Украина  
alexander.prokopov@metrology.kharkov.ua

## Аннотация

Статья посвящена проблеме повышения точности учета влияния внешних факторов на результаты прецизионных измерений, осуществляемых с помощью электромагнитных волн в геодезии, глобальных навигационных спутниковых системах и др. Одним из основных влияющих факторов для таких измерений является земная атмосфера, которая в общем случае включает две разнесенные в пространстве области – тропосферу и ионосферу.

Методы коррекции влияния атмосферы, которые в настоящее время применяются на практике в случае измерений, осуществляемых с помощью электромагнитных волн на трансатмосферных трассах, предполагают, что эффекты влияния, обусловленные тропосферой и ионосферой, являются независимыми и могут рассматриваться по отдельности. Такой подход не учитывает эффект совместного воздействия данных сред. Этот рефракционный эффект, являющийся системным, определяет пространственное положение траектории сигнала и оказывает влияние на точность измерений.

Выполнен анализ публикаций, посвященных данной проблеме, приведены общие соотношения для расчета системных рефракционных эффектов, получены упрощенные формулы для их оценок. Показано, что по порядку величины вклад системных атмосферных эффектов соответствует вкладу активно исследуемых в настоящее время ионосферных эффектов высших порядков. Рассмотрены условия, при которых учет системных эффектов является необходимым.

Обсуждаются актуальные направления дальнейшего развития исследований и разработок по учету системного влияния тропосферы и ионосферы на результаты измерений, осуществляемых с помощью глобальных навигационных спутниковых систем. К числу таких направлений относятся теоретические и экспериментальные исследования, разработка удобных для практического использования аналитических и компьютерных моделей поправок, компенсирующих системные рефракционные эффекты, адаптация моделей коррекции влияния системных эффектов, развиваемых для глобальных навигационных систем, применительно к другим системам, использующим измерения с помощью электромагнитных волн на трансатмосферных трассах.

**Ключевые слова:** атмосфера, ионосфера, рефракция, задержка сигнала, спутниковые системы.

Получено: 29.11.2018

Отредактировано: 10.12.2018

Одобрено к печати: 12.12.2018

## Введение

В последние годы существенно возросли требования к точности измерений, осуществляемых с помощью электромагнитных волн, трассой распространения которых является вся толща неоднородной земной атмосферы (включающая как электрически нейтральный ее слой — тропосферу, так и электрически заряженный — ионосферу). Подобные измерения обеспечивают, в частности, функционирование глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), а также систем передачи сигналов точного времени с использованием искусственных спутников Земли (TWSTFT).

При обработке результатов таких измерений должны исключаться временные задержки электромагнитной волны (сигнала) в атмосфере (тропосфере и ионосфере), обусловленные отличием скорости распространения сигнала в среде от скорости его распространения в вакууме, а также рефракционным искривлением (удлинением) траектории, по которой распространяется в неоднородной среде сигнал. Методы коррекции, которые в настоящее время рекомендуются для практического применения (см. [1–4] и др.), предполагают, что эффекты, обусловленные тропосферой и ионосферой, являются независимыми и могут рассматриваться по отдельности. В результате не учитывается тот факт, что в связи с наличием двух

разнесенных в пространстве неоднородных областей — тропосферы и ионосферы (что является аналогом системы из двух преломляющих линз), пространственное положение траектории сигнала в тропосфере определяется не только рефракцией в тропосфере, но и рефракцией в ионосфере. Аналогично положение траектории сигнала в ионосфере зависит не только от ионосферной, но и от тропосферной рефракции. Вследствие этого времена задержки сигнала в каждой из указанных неоднородных сред будут определяться совокупностью рефракционных процессов, происходящих как в тропосфере, так и в ионосфере. Таким образом, в общем случае при решении задач коррекции необходимо использовать (и это уже показано в работах [5–11]) системный подход, учитывающий одновременно рефракцию и в тропосфере, и в ионосфере. В результате оцененная атмосферная задержка будет не просто суммой задержек в тропосфере и ионосфере, найденных в результате их независимой оценки, а получает сверхсуммарную по сравнению с данной величиной составляющую.

В статье выполнен анализ публикаций [5–11] по обсуждаемой проблеме, обоснованы общие соотношения для расчета системных рефракционных эффектов, на основе которых получены простые оценочные формулы. Определены условия (диапазоны характеристик параметров сигнала и среды его распространения), при которых учет системных рефракционных эффектов необходим. Обсуждаются перспективы дальнейших исследований в рамках данной тематики, подчеркивается необходимость перехода от теоретических исследований и оценок к практическому использованию методов учета совместного (сверхсуммарного) эффекта влияния тропосферы и ионосферы на задержку радиосигналов при обработке результатов измерений. Рассмотрены некоторые возможные направления такого перехода применительно к ГНСС и TWSTFT.

#### Анализ литературных данных и постановка проблемы

В связи с повышенным интересом к проблеме точности учета влияния пространственной неоднородности тропосферы и ионосферы Земли на результаты прецизионных ГНСС измерений в настоящее время активизировались исследования роли так называемых ионосферных эффектов высших порядков малости, связанных с учетом дополнительных слагаемых в соотношении для коэффициента преломления ионосферы, а также с рефракционным искривлением траекторий радиоволн в неоднородной среде [2–4]. При этом, как уже отмечалось выше, предполагается, что рефракционные эффекты, обусловленные тропосферой и ионосферой, являются независимыми и могут рассматриваться по отдельности, а определение ре-

зультирующей дополнительной задержки сигнала за счет эффектов высших порядков осуществляется простым суммированием вкладов тропосферы и ионосферы (в предположении их аддитивного характера). Вместе с тем уже более 10 лет назад были выполнены первые оценки эффекта совместного влияния тропосферы и ионосферы Земли на рефракцию радиосигнала и пространственное положение его траектории на трансатмосферных трассах [5, 6], которые указали на существенную роль такого влияния в определении как суммарной задержки сигнала, обусловленной рефракцией в тропосфере и ионосфере, так и отдельных составляющих этой задержки, связанных с тропосферой и ионосферой, соответственно.

Так, в работе [5] выполнены численные расчеты погрешности, возникающей в результате неучета совместного влияния тропосферы и ионосферы на кодовые, а в работе [6] — на фазовые одночастотные ГНСС измерения. Расчеты проводились в предположении сферически симметричной земной атмосферы при использовании стандартной модели ГОСТ 4401–81 для описания пространственного профиля тропосферы и известной модели ионосферы Чепмена — для описания высотного ионосферного профиля. Показано, в частности, что для фазовых измерений на частоте сигнала GPS 1227,6 МГц при электронной концентрации в максимуме  $5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$  сумма обычно используемых тропосферной и ионосферной поправок (не учитывающая системного эффекта, обусловленного взаимным рефракционным влиянием тропосферы и ионосферы) отличается от суммарной (рассчитанной с учетом системного влияния) поправки на 1 см для истинного зенитного угла  $80^\circ$  и на 11,6 см для истинного зенитного угла  $88^\circ$ . Это отличие увеличивается с ростом электронной концентрации в максимуме (для концентрации в максимуме  $20 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$  данное отличие увеличивается примерно в 4 раза).

Анализ влияния системных эффектов при двухчастотных измерениях, выполненный в работе [7], также показал, что их вклад является существенным, сопоставимым по порядку величины с вкладом эффектов высших порядков, которые активно исследуются во многих работах [2–4].

Приведенные оценки указывают на то, что необходимость учета совместного рефракционного влияния тропосферы и ионосферы на результаты ГНСС измерений во многих практических приложениях можно считать вполне обоснованной.

#### Цель и задачи исследования

Целью настоящей работы является обоснование общих соотношений для расчета системного вклада в атмосферную задержку и их рассмотрение для двух основных вариантов, реализующих-

ся в измерениях, осуществляемых с помощью электромагнитных волн, прошедших тропосферу и ионосферу Земли. Первый вариант соответствует измерениям, осуществляемым на одной несущей частоте, второй — двухчастотным измерениям (двухчастотный метод, как известно, использует зависимость показателя преломления ионосферы от частоты и предназначен для аппаратного исключения ионосферной задержки при различных вариантах использования электромагнитных волн на трансатмосферных трассах [1–4, 7–11]).

### Изложение основного материала

С целью получения общих соотношений, необходимых для точного (в рамках геометрической оптики) расчета составляющих атмосферной задержки, обусловленных совместным влиянием рефракционных эффектов в тропосфере и ионосфере Земли, введем ряд обозначений, а именно:

$$\Delta P_{\text{троп}} = \int_{\sigma_{\text{троп}}} (n_{\text{троп}} - 1) d\sigma \quad (1)$$

для задержки сигнала, обусловленной отличием скорости его распространения в тропосфере от скорости света в вакууме, рассчитываемой в предположении отсутствия влияния ионосферы (то есть когда считается, что форма траектории сигнала  $\sigma_{\text{троп}}$  определяется лишь рефракцией в тропосфере с показателем преломления  $n_{\text{троп}}$ );

$$\Delta P_{\text{ион}} = \int_{\sigma_{\text{ион}}} (n_{\text{ион}} - 1) d\sigma \quad (2)$$

для задержки сигнала, обусловленной отличием скорости его распространения в ионосфере от скорости света в вакууме, рассчитываемой в предположении отсутствия влияния тропосферы (то есть когда форма траектории сигнала  $\sigma_{\text{ион}}$  определяется лишь рефракцией в ионосфере с коэффициентом преломления  $n_{\text{ион}}$ );

$$\Delta P_{\Sigma\text{троп}} = \int_{\sigma_{\Sigma}} (n_{\text{троп}} - 1) d\sigma \quad (3)$$

для задержки сигнала, обусловленной отличием скорости его распространения в тропосфере от скорости света в вакууме, рассчитываемой с учетом влияния ионосферы (то есть когда форма траектории сигнала  $\sigma_{\Sigma}$  определяется его рефракцией и в тропосфере, и в ионосфере, как единой среде с показателем преломления

$$n_{\Sigma} = 1 + (n_{\text{троп}} - 1) + (n_{\text{ион}} - 1). \quad (4)$$

Обозначим также через

$$\Delta P_{\Sigma\text{ион}} = \int_{\sigma_{\Sigma}} (n_{\text{ион}} - 1) d\sigma \quad (5)$$

задержку сигнала, обусловленную отличием скорости его распространения в ионосфере от ско-

рости света в вакууме, рассчитываемую с учетом влияния тропосферы (то есть когда форма траектории сигнала  $\sigma_{\Sigma}$  определяется его рефракцией и в тропосфере, и в ионосфере, как единой среде с показателем преломления (4)).

Интегралы в формулах (1) – (3), (5) являются криволинейными и берутся вдоль соответствующих траекторий, форма которых задается классическим лучевым уравнением геометрической оптики неоднородных сред [12]

$$\frac{d}{d\sigma} \left( n_* \cdot \frac{d\vec{r}}{d\sigma} \right) = \nabla n_*, \quad (6)$$

где  $\nabla$  – оператор градиента;  $\vec{r}$  – радиус-вектор;  $\sigma$  – лучевая координата, а под индексом \* подразумеваются индексы троп, ион,  $\Sigma$  в соответствии с используемыми формулами (1) – (3), (5).

Формулы (1), (2), которые лежат в основе используемых на практике методов коррекции, не учитывают системный эффект взаимного влияния тропосферы и ионосферы и являются приближенными. Формулы (3) – (5), учитывающие данный эффект, точные.

Очевидно, что погрешности определения тропосферной и ионосферной задержек, обусловленные неучетом обсуждаемого системного эффекта, с помощью вышеприведенных формул можно представить следующим образом:

$$\Delta P_{\text{сист.троп}} = \Delta P_{\Sigma\text{троп}} - \Delta P_{\text{троп}} \quad (7)$$

для тропосферной задержки, и

$$\Delta P_{\text{сист.ион}} = \Delta P_{\Sigma\text{ион}} - \Delta P_{\text{ион}} \quad (8)$$

для ионосферной задержки.

Аналогичные соотношения могут быть получены для задержки сигнала, обусловленной рефракционным удлинением его траектории  $\Delta\rho$ . Нетрудно видеть, что они могут быть составлены путем комбинирования величин

$$\delta\rho_* = \int_{\sigma_*} d\sigma - L,$$

где интеграл берется вдоль соответствующей траектории с подинтегральной функцией, равной 1;  $L$  – длина прямой, соединяющей концевые точки траектории; индекс соответствует, как и ранее, индексам троп, ион,  $\Sigma$ .

Нетрудно показать, что обсуждавшиеся выше при анализе публикаций результаты расчетов системного эффекта [5,6] соответствуют сумме общих соотношений (7), (8), упрощенных с учетом особенностей, использованных для расчетов в [5, 6] моделей тропосферы и ионосферы.

Следует также отметить, что приведенные выше строгие формулы (7), (8) не только обобщают рассмотренные в [5, 6] конкретные расчетные модели, но допускают и другие упрощения

в зависимости от того, какие методы определения соответствующих поправок анализируются и с какой целью выполняется данный анализ.

Так, для приближенной оценки системной составляющей погрешности определения тропосферной задержки, осуществляемого с использованием функций отображения  $m(z)$  для зенитных углов наблюдения ИСЗ ГНСС  $z \geq 80^\circ$ , формула (7) дает простое соотношение [9]:

$$\Delta P_{\text{сист. троп}} \approx \Delta P_{\text{троп}} \cdot \frac{\partial \ln m(z)}{\partial z} \cdot \alpha_{\text{ион}}, \quad (9)$$

где  $\alpha_{\text{ион}}$  – угол ионосферной рефракции входящего сигнала при условии, что рефракция в тропосфере не учитывается. При  $z = 80^\circ$  для типичных атмосферных условий и частоты сигнала 1227,6 МГц (применяемой в GPS) в соответствии с формулой (9) нетрудно получить  $\Delta P_{\text{сист. троп}} \approx 5,35$  мм [9]. С ростом зенитного угла эта величина возрастает, достигая нескольких десятков сантиметров для зенитных углов, стремящихся к  $90^\circ$ .

Близкими по порядку величины оказываются и значения системных составляющих погрешности определения ионосферной задержки [7]. Отметим, что в случае двухчастотного метода исключения влияния ионосферы на результаты ГНСС измерений формула (8) для расчета данных составляющих может быть преобразована к виду

$$\Delta P_{\text{сист. ион}} = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \left[ (\delta\rho_{\Sigma 2} - \delta\rho_{\Sigma 1}) + (\Delta P_{\Sigma \text{троп} 2} - \Delta P_{\Sigma \text{троп} 1}) + \left( \Delta P_{\Sigma \text{ион} 2} - \frac{f_1^2}{f_2^2} \Delta P_{\Sigma \text{ион} 1} \right) \right], \quad (10)$$

где знак  $\Sigma$  указывает на то, что соответствующая величина определена для траектории, сформированной под воздействием рефракции и в тропосфере, и в ионосфере, а цифры 1, 2 в нижних индексах означают, что данная величина вычисляется для длин волн  $f_1, f_2$ , соответственно. Приведенная формула (10) не зависит от конкретных моделей тропосферы и ионосферы (справедлива для любых моделей), уточняет соотношения, полученные ранее в [7–11], и может быть использована для обоснования удобных в плане практической реализации методов исключения влияния эффектов высших порядков и системных рефракционных эффектов на результаты двухчастотных ГНСС измерений.

Численные расчеты, выполненные с использованием современных моделей атмосферы (см., например, [5–7]), согласуются с вышеприведенными оценками и подтверждают важную роль системных эффектов и эффектов высших порядков в оценке итоговой точности измерений. Можно с достаточной уверенностью утверждать: вклад системной составляющей в атмосферную задержку в диапазоне

зенитных углов  $80^\circ \dots 90^\circ$  находится в диапазоне от нескольких миллиметров до нескольких десятков сантиметров – в зависимости от атмосферных условий.

## Выводы

В общем случае при решении задачи коррекции влияния земной атмосферы на результаты высокоточных измерений, осуществляемых с помощью электромагнитных волн на трансатмосферных трассах, необходимо использовать системный подход, учитывающий одновременно рефракцию и в тропосфере, и в ионосфере. При этом атмосферная задержка сигнала оказывается не просто суммой задержек в тропосфере и ионосфере, найденных в результате их независимой оценки, а получает сверхсуммарную составляющую (основной признак системного эффекта).

Расчеты с использованием современных моделей атмосферы показывают, что эта сверхсуммарная (системная) составляющая задержки в диапазоне зенитных углов  $80^\circ \dots 90^\circ$  находится на уровне от нескольких миллиметров до нескольких десятков сантиметров – в зависимости от атмосферных условий.

По порядку величины вклад системных атмосферных эффектов соответствует вкладу ионосферных эффектов высших порядков, которые активно исследуются и для которых в настоящее время уже разработаны методики и компьютерные программы, обеспечивающие их учет в практике ГНСС измерений (см., например, [3]). Аналогичные методики и программы должны быть разработаны и для учета системных эффектов. В связи с этим актуальные направления дальнейшего развития исследований и разработок по учету системного влияния тропосферы и ионосферы на результаты ГНСС измерений должны включать:

- теоретические и экспериментальные исследования влияния системных рефракционных эффектов на точность существующих в настоящее время методов ГНСС измерений и разработку рекомендаций по минимизации этого влияния при решении практических задач геодезии, геодинамики;
- разработку удобных для практического использования аналитических и компьютерных моделей поправок, компенсирующих системные рефракционные эффекты применительно к существующим ГНСС, прежде всего GPS, GLONASS, GALILEO;
- адаптацию моделей коррекции влияния системных эффектов, развиваемых для ГНСС, применительно к другим системам, использующим измерения с помощью электромагнитных волн на трансатмосферных трассах (к которым относятся, в частности, система TWSTFT двухсторонней передачи сигналов точного времени с использованием ИСЗ, микроволновая линия связи для передачи сигналов в космическом эксперименте ACES и др.).

# Системні рефракційні ефекти при вимірюваннях, що здійснюються за допомогою електромагнітних хвиль на трансатмосферних трасах

О.В. Прокопов

Національний науковий центр "Інститут метрології", вул. Миросицька, 42, 61002, Харків, Україна  
alexander.prokopov@metrology.kharkov.ua

## Анотація

Статтю присвячено проблемі підвищення точності врахування впливу зовнішніх факторів на результати прецизійних вимірювань, що здійснюються за допомогою електромагнітних хвиль у геодезії, глобальних навігаційних супутникових системах та ін. Одним з основних впливаючих чинників для таких вимірювань є земна атмосфера, яка в загальному випадку включає до себе дві рознесені в просторі області – тропосферу та іоносферу.

Методи корекції впливу атмосфери, які сьогодні застосовуються на практиці в разі вимірювань, що здійснюються за допомогою електромагнітних хвиль на трансатмосферних трасах, припускають, що ефекти впливу, зумовлені тропосферою та іоносферою, є незалежними і можуть розглядатися окремо. Такий підхід не враховує ефект спільного впливу даних середовищ. Цей рефракційний ефект, який є системним, визначає просторове положення траєкторії сигналу і впливає на точність вимірювань.

Виконано аналіз публікацій, присвячених цій проблемі, наведено загальні співвідношення для розрахунку системних рефракційних ефектів, отримано спрощені формули для їх оцінок. Показано, що по порядку величини внесок системних атмосферних ефектів відповідає внеску активно досліджуваних наразі іоносферних ефектів вищих порядків. Розглянуто умови, при яких врахування системних ефектів є необхідним.

Обговорюються актуальні напрямки подальшого розвитку досліджень і розробок щодо врахування системного впливу тропосфери та іоносфери на результати вимірювань, що здійснюються за допомогою глобальних навігаційних супутникових систем. До числа таких напрямків відносяться теоретичні й експериментальні дослідження, розробка зручних для практичного використання аналітичних і комп'ютерних моделей поправок, що компенсують системні рефракційні ефекти, адаптація моделей корекції впливу системних ефектів, що розвиваються для глобальних навігаційних систем, стосовно до інших систем, що використовують вимірювання за допомогою електромагнітних хвиль на трансатмосферних трасах.

**Ключові слова:** атмосфера, іоносфера, рефракція, затримка сигналу, супутникові системи.

# Systemic refractive effects in measurements performed with electromagnetic waves on transatmospheric traces

A.V. Prokopov

National Scientific Centre "Institute of Metrology", Myronosytska Str., 42, 61002, Kharkiv, Ukraine  
alexander.prokopov@metrology.kharkov.ua

## Abstract

The article is devoted to the problem of increasing the accuracy of accounting for the influence of external factors on the results of precision measurements carried out with the help of electromagnetic waves in geodesy, global navigation satellite systems, etc. One of the main influencing factors for such measurements is the earth's atmosphere, which, in general, includes two spatially separated regions – the troposphere and the ionosphere.

The methods of atmospheric influence correction, which are currently used in practice in the case of measurements carried out with the help of electromagnetic waves on transatmospheric traces, suggest that the effects of influence caused by the troposphere and the ionosphere are independent and can be considered separately. Such an approach does not take into account the joint effects of these environments. This refractive effect, which is systemic, determines the spatial position of the signal trajectory and affects the accuracy of measurements.

The article analyzes the publications devoted to this problem, provides general relationships for calculating systemic refractive effects, and obtains simplified formulas for their estimation. It is shown that, by the order of magnitudes, the contribution of systemic atmospheric effects corresponds to the contribution of higher-order ionospheric effects, that are now actively investigated. The conditions under which the accounting of systemic effects is necessary are considered.

The current areas for further research and development to account for the systemic influence of the troposphere and the ionosphere on the measurement results carried out using global navigation satellite systems are discussed. These areas include theoretical and experimental studies, the development of convenient for practical use analytical and computer models of corrections to compensate for systemic refraction effects, the adaptation of models for correcting the systemic effects developed for global navigation systems as applied to other systems using measurements with electromagnetic waves on transatmospheric traces.

**Keywords:** atmosphere, ionosphere, refraction, signal delay, satellite systems.

## Список литературы

- Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E. GNSS — Global Navigation Satellite Systems. GPS, GLONASS, Galileo and more. Springer-Verlag, Wien, Austria, 2008. 544 p.
- Petrie E.J., Hernandez-Pajares M., Spalla P., Moore Ph., King M.A. A Review of Higher Order Ionospheric Refraction Effects on Dual Frequency GPS. *Survey Geophysics*, 2011, 32:197–253. doi: 10.1007/s10712–010–9105-z
- Hadas T., Krypiak-Gregorczyk A., Hernández-Pajares M. et al. Impact and implementation of higher-order ionospheric effects on precise GNSS applications. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2017, vol. 122, issue 11. doi: 10.1002/2017JB014750
- Mohammed Mainul Hoque, Norbert Jakowski and Jens Berdermann. Transionospheric Microwave Propagation: Higher-Order Effects up to 100 GHz. Published 2017. <http://dx.doi.org/10.5772/66659>. URL: <http://www.intechopen.com/books/wave-propagation-conceptsfor-near-future-telecommunication-systems>
- Горб А.И., Прокопов А.В., Ремаев Е.В., Ремаева О.А. Исследование особенностей совместного влияния тропосферы и ионосферы Земли на точность измерений, осуществляемых с помощью ГНСС. *Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития (МРФ 2005)*: сб. научных трудов 2-го Международ. радиоэлектронного форума, т. 7 (Харьков, 2005). Харьков: АНПРЭ, ХНУРЭ, 2005. С. VII-195 — VII-198.
- Горб А.И., Прокопов А.В., Ремаев Е.В., Ремаева О.А. Совместное влияние тропосферы и ионосферы Земли на точность фазовых измерений, осуществляемых с помощью ГНСС. *Український метрологічний журнал*. 2005. № 3. С. 19–22.
- Олейник А.Е., Прокопов А.В. Поправки, учитывающие ионосферные эффекты высших порядков при двухчастотных ГНСС-измерениях. *Український метрологічний журнал*. 2007. № 3. С. 58–61.
- Прокопов А.В. Учет системных эффектов при оценке влияния земной атмосферы на результаты ГНСС измерений. *Системи обробки інформації*. 2010. Вип. 4 (85). С. 104–107.
- Прокопов А.В. Влияние системных рефракционных эффектов на результаты измерений, осуществляемых с помощью электромагнитных волн на трансатмосферных трассах. *Системи обробки інформації*. 2014. Вип. 3 (119). С. 49–52.
- Олейник А.Е., Прокопов А.В. Влияние системных рефракционных эффектов на точность измерений, осуществляемых с помощью электромагнитных волн на трансатмосферных трассах. *Метрологія та вимрювальна техніка: наук. праці IX Міжнар. наук.-техн. конф. (Харків, 15–16 жовтня 2014)*. Харків: ННЦ “Інститут метрології”, 2014. С. 391–394 (диск CD-R).
- Прокопов А.В. К оценке составляющих неопределенности по типу В, обусловленных рефракцией, при измерениях, осуществляемых с помощью электромагнитных волн на трансатмосферных трассах. *Неопределенность измерений: научные, нормативные, прикладные и методические аспекты (УМ-2017)*: тезисы докладов XIV Междунар. научн.-техн. семинара (Созополь, Болгария, 8 сентября 2017). Созополь, 2017. С. 85.
- Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. Москва: Наука, 1980. 304 с.

## References

- Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E. GNSS — Global Navigation Satellite Systems. GPS, GLONASS, Galileo and more. Springer-Verlag, Wien, Austria, 2008. 544 p.
- Petrie E.J., Hernandez-Pajares M., Spalla P., Moore Ph., King M.A. A Review of Higher Order Ionospheric Refraction Effects on Dual Frequency GPS. *Survey Geophysics*, 2011, 32:197–253. doi: 10.1007/s10712–010–9105-z

3. Hadas T., Krypiak-Gregorczyk A., Hernández-Pajares M. et al. Impact and implementation of higher-order ionospheric effects on precise GNSS applications. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2017, vol. 122, issue 11. doi: 10.1002/2017JB014750
4. Mohammed Mainul Hoque, Norbert Jakowski and Jens Berdermann. Transionospheric Microwave Propagation: Higher-Order Effects up to 100 GHz. Published 2017. <http://dx.doi.org/10.5772/66659>. Available at: <http://www.intechopen.com/books/wave-propagation-conceptsfor-near-future-telecommunication-systems>
5. Gorb A.I., Prokopov A.V., Remyayev E.V., Remyayeva O.A. Issledovaniye osobennostey sovместnogo vliyaniya troposfery i ionosfery Zemli na tochnost' izmereniy, osushchestvlyayemykh s pomoshch'yu GRNSS [Investigation of the joint influence of the Earth's troposphere and ionosphere on the accuracy of measurements made with the aid of the GNSS]. *Applied Radio Electronics. The state and prospects (MRF 2005): proceedings of the 2nd International Radioelectronic Forum. Vol. 7. Kharkov, ANPRE, KHNURE Publ., 2005, pp. VII-195 — VII-198 (in Russian).*
6. Gorb A.I., Prokopov A.V., Remyayev E.V., Remyayeva O.A. Sovместnoe vliyanie troposfery i ionosfery Zemli na tochnost' fazovykh izmereniy, osushchestvlyayemykh s pomoshch'yu GNSS [The joint effect of the troposphere and the Earth's ionosphere on the accuracy of phase measurements made with GNSS]. *Ukrains'kij metrologichnij zhurnal — Ukrainian metrological journal*, 2005, no. 3, pp. 19–22 (in Russian).
7. Oleynik A. Ye., Prokopov A.V. Popravki, uchiyvayushchiye ionosfernyye efekty vysshikh poryadkov pri dvukhchastotnykh GNSS-izmereniyakh [Amendments to account for higher-order ionospheric effects in dual-frequency GNSS measurements]. *Ukrains'kij metrologichnij zhurnal — Ukrainian metrological journal*, 2007, no. 3, pp. 58–61 (in Russian).
8. Prokopov A.V. Uchet systemnykh effectov pri otsenke vliyaniya zemnoy atmosfery na rezultaty GNSS izmereniy [Accounting of systemic effects in evating in assessing at estimation of influence the Earth atmosphere on results of GNSS measurements] *Systemy obrobky informacii — System of information processing*, 2010, no. 4 (85), pp. 104–107 (in Russian).
9. Prokopov A.V. Vliyanie systemnykh refrakcionnykh effectov na rezultaty izmereniy, osushchestvlyayemykh s pomoshch'yu elektromagnitnykh voln na transatmosfernich trassakh [The influence of systemic refraction effects on results of measurements, carried out by electromagnetic waves on transatmospheric traces]. *Systemy obrobky informacii — System of information processing*, 2014, no. 3 (119), pp. 49–52 (in Russian).
10. Oleynik A. E., Prokopov A.V. Vliyanye systemnykh refraktsionnykh éffektov na tochnost' yzmereniy, osushchestvlyayemykh s pomoshch'yu élektromagnitnykh voln na transatmosfernich trassakh [The influence of systemic refractive effects on the accuracy of measurements carried out using electromagnetic waves on transatmospheric paths]. *Metrology and measurement technique: proceedings of IX International Scientific and Technical Conference (15–16 Oktober 2014). Kharkiv, NSC "Institute of Metrology", 2014, pp. 391–394 (in Russian).*
11. Prokopov A.V. K otsenke sostavlyayuschich neopredelennosti po tipu B, obuslovlennykh refraktsiy, pri izmereniyakh, osushchestvlyayemykh s pomoshch'yu elektromagnitnykh voln na transatmosfernich trassakh [To assess the components of uncertainty in type B, due to refraction, in measurements carried out with the help of electromagnetic waves on transatmospheric paths]. *Measurement Uncertainty: Scientific, Normative, Applied and Methodical Aspects (UM-2017): theses of reports XIV International Scientific and Technical Seminar (Sozopol, 8 September 2017). Sozopol, 2017, p. 85 (in Russian).*
12. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. *Geomericheskaya optika neodnorodnich sred* [Geometric optics of inhomogeneous media]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 304 p. (in Russian).