



Аналіз впливів сейсмічних завад на результати вимірювання прискорення вільного падіння балістичними лазерними гравіметрами

О.І. Вінніченко¹, П.І. Неєжмаков¹, А.В. Омельченко², О.В. Федоров²,
В.Ф. Болюх³

¹ Національний науковий центр "Інститут метрології", вул. Миросицька, 42, 61002, Харків, Україна
vinnsc2@gmail.com

² Харківський національний університет радіоелектроніки, пр. Науки, 14, 61166, Харків, Україна
otela5656@gmail.com

³ Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", вул. Кирпичова, 2, 61002, Харків, Україна
vfboiyukh@gmail.com

Анотація

Статтю присвячено аналізу впливу сейсмічних завад на невизначеність вимірювання прискорення вільного падіння (ПВП) балістичними лазерними гравіметрами (БЛГ), що реалізують як симетричний, так і несиметричний методи вимірювання. Проведення такого аналізу є наразі актуальним метрологічним завданням, спрямованим на вдосконалення конструкцій БЛГ та методів обробки сигналів у них.

Використано модель механічної системи БЛГ, що враховує пружність ґрунтової основи, на якій встановлено фундамент БЛГ, а також пружність підвісу референтного відбивача (РВ) інтерферометра відносно фундаменту.

Основними видами сейсмічних завад є зовнішня завада, що зумовлена мікроколиваннями ґрунту, і автосейсмічна завада, обумовлена коливаннями в механічній частині БЛГ внаслідок поштовху або відпускання пробного тіла (ПТ). Ці завади мають різні причини, різні характеристики і призводять до різних невизначеностей вимірювання ПВП: зовнішня сейсмічна завада обумовлює невизначеність типу А, а автосейсмічна завада – невизначеність типу В.

Однією з найважливіших характеристик БЛГ стосовно зовнішніх сейсмічних завад є його ефективна шумова смуга. У статті вперше проаналізовано залежність ефективної шумової смуги як від способу обробки даних у БЛГ, так і від періоду власних коливань системи підвісу РВ. Встановлено, що коли період власних коливань системи підвісу РВ значно перевищує час спостереження, то ефективна шумова смуга БЛГ визначається системою підвісу РВ.

Методом моделювання показано, що гравіметри, які реалізують несиметричний метод, забезпечують значно меншу (на порядок і більше) автосейсмічну невизначеність (АСН) вимірювання ПВП, ніж гравіметри симетричного типу. За рахунок пружного підвісу РВ інтерферометра можна суттєво зменшити АСН вимірювання ПВП для всіх типів балістичних гравіметрів.

Зроблено висновок, що застосування зваженого методу найменших квадратів (ЗМК) для обробки даних у балістичних гравіметрах здатне забезпечити кращі показники завадостійкості, ніж використання традиційного МНК.

Ключові слова: завада; гравіметр; вагова функція; коливання; частотна характеристика.

Отримано: 28.01.2020

Відредаговано: 14.02.2020

Схвалено до друку: 18.02.2020

Вступ

Важливий зв'язок між одиницею маси — кілограмом та електричними одиницями, який встановлюється в експериментальних дослідженнях за допомогою ват-вагів (Кібл-вагів), серед інших вимірювань вимагає точного визначення ПВП (g) [1, 2]. Через сталу Планка (h), чисельне значення якої зафіксовано в Міжнародній системі одиниць (SI), що набула чинності 20 травня 2019 р., було визначено одну із семи основних одиниць — кілограм.

Це фіксоване значення h — результат низки експериментів за допомогою ват-вагів, під час яких виконувались високоточні вимірювання g . Важливою умовою цих вимірювань було забезпечити досить малий внесок невизначеності g в загальний бюджет невизначеності h , що можливо за умови вимірювання g з невизначеністю, меншою за 5 мкГал [3].

Для досягнення більшої узгодженості результатів вимірювань h , що виконуються на-

ціональними метрологічними інститутами, які мають ват-ваги, а також для забезпечення калібрування і поширення одиниці маси нової SI, проведення високоточних досліджень гравітаційного поля залишається актуальним завданням. А це в свою чергу вимагає вдосконалення як самих інструментів – гравіметрів, так і методів обробки даних вимірювань ПВП.

Сучасні БЛГ реалізують симетричні або несиметричні методи вимірювання прискорення вільного падіння [4–6]. Нині для високоточних вимірів більше розповсюдження отримали гравіметри з несиметричним методом вимірювання. У той же час гравіметри, побудовані за симетричною схемою, потребують менших вимог до ступеня вакууму в камері БЛГ і мають менші габарити [7]. Це робить їх перспективними приладами для вимірювання в польових умовах. Однак широке застосування таких гравіметрів обмежують вібрації (автосейсмічні завади), що виникають при виштовхуванні пробного тіла (ПТ) вгору катапультною БЛГ.

На точність вимірювання ПВП при дії сейсмічних завад різного характеру впливає як електронна система БЛГ, включаючи реалізований спосіб обробки сигналів, так і його механічна система. Остання визначається способом встановлення балістичного блоку гравіметра на фундаменті та способом підвісу референтного плеча інтерферометра.

Впливу сейсмічних завад різного характеру на точність вимірювання ПВП балістичними гравіметрами присвячено багато робіт [7–9]. Однак у них переважно аналізується потенційна точність вимірювання, яка визначається способом обробки та не враховує вплив механічної системи БЛГ.

Крім того, в класичних роботах основну увагу зосереджено на вимірюванні ПВП із застосуванням при обробці даних про рух ПТ методу найменших квадратів (МНК). Проте, як показано в [10–12], для вимірювання ПВП балістичними гравіметрами часто більш перспективним є використання зваженого методу найменших квадратів (ЗМНК).

Метою роботи є аналіз впливів сейсмічних завад на невизначеність вимірювання ПВП балістичними гравіметрами, що реалізують як симетричний, так і несиметричний методи вимірювання.

Принциповою відмінністю цієї статті від робіт інших авторів є те, що в ній враховуються не тільки методи обробки даних, а і впливи механічної системи БЛГ. Для аналізу впливів сейсмічних завад на невизначеність вимірювання ПВП використано модель механічної системи БЛГ, що враховує пружність ґрунтової основи, на якій встановлено фундамент БЛГ, а також пружність підвісу РВ інтерферометра відносно фундаменту. Зазначена модель складається із сукупності пружин, мас і демперів, а її реакція на механічні впливи описується системою диференціальних рівнянь.

Одним із головних завдань роботи є знаходження таких значень параметрів механічної системи БЛГ, які забезпечують якнайменшу невизначеність вимірювання ПВП. Іншим завданням є пошук такого методу обробки даних у БЛГ, який здатен забезпечити краще ослаблення сейсмічних завад, ніж традиційний МНК.

1. Методи оцінювання ПВП за допомогою БЛГ і характеристики їх завадостійкості

У БЛГ оцінку значення ПВП отримують на основі вимірів пар часу і шляху $\{t_k, h_k\}$, $k = 0, K - 1$. Для цього використовується така модель вимірюваної відстані до ПТ [10, 13]:

$$h_k = s + vt_k + gt_k^2 + \xi_k, \quad (1)$$

де s і v – відповідно початкове положення і початкова швидкість руху ПТ; g – значення ПВП; ξ_k – випадкова послідовність відхилень вимірюваної відстані від параболічної траєкторії руху ПТ. Вважається, що загальне число пар вимірів K (об'єм вибірки) перевищує число невідомих даних у моделі (1). Параметри переміщення ПТ зазвичай визначаються згідно з МНК із рівняння (1).

У загальному випадку невизначеність вимірювання ПВП визначається об'ємом вибірки (числом пар вимірів) K , взаємним розміщенням відліків часу $\{t_k, k = 0, K - 1\}$ та характеристиками випадкової послідовності $\xi_k, k = 0, K - 1$.

Замість повної моделі переміщення ПТ (1) можна використовувати її неповний варіант, в якому відсутній або лінійний член із коефіцієнтом v , або постійна складова шляху s . Проте неповні моделі є неадекватними в умовах наявності лінійного члена і постійної складової у вимірних значеннях шляху, що призводить до зміщення оцінок ПВП [14].

Для підвищення точності вимірювання ПВП майже всі сучасні БЛГ побудовані за багаторівневою схемою вимірювань, коли $K \gg 3$. Залежно від схемних рішень існує два основних методи отримання пар $\{t_k, h_k\}$, $k = 0, K - 1$: з рівномірною дискретизацією за часом або рівномірною дискретизацією за шляхом. У цих випадках отримують різний план експерименту МНК.

При симетричному способі вимірювання ПВП прагнуть розмістити точки плану $\{t_k, k = 0, K - 1\}$ симетрично відносно моменту досягнення ПТ вершини траєкторії руху. У цьому випадку компенсується вплив залишкового газу на ПТ у вакуумній камері БЛГ [6, 7].

Стосовно зовнішніх завад балістичний гравіметр можна подати у вигляді лінійної системи [9]. При цьому виміряне значення ПВП подамо у вигляді

$$\hat{g} = \int_0^T h''(t)G(t)dt, \quad (2)$$

де $h''(t)$ – друга похідна вимірюваної відстані до ПТ; $G(t)$ – вагова функція гравіметра, яка задовольняє умову нормування

$$\int_0^T G(t)dt = 1, \quad (3)$$

і $G(t) \equiv 0$, якщо $t \notin [0, T]$.

Для практичного визначення значення ПВП зручним є подання виразу (2) у вигляді зваженої суми відліків шляху [10]

$$\hat{g} = \sum_{k=0}^{K-1} w_k \cdot h_k, \quad (4)$$

де $w_k, k = \overline{0, K-1}$ – коефіцієнти обробки даних у БЛГ.

Частотною характеристикою гравіметра є перетворення Фур'є вагової функції [13]

$$H(f) = \int_0^T G(t) e^{-j2\pi ft} dt, \quad (5)$$

причому $H(0)=1$.

Модуль функції (5) $|H(f)|$ являє собою амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) БЛГ, яка характеризує вплив гармонійних завад різних частот на покази БЛГ.

Для гравіметрів із повною моделлю руху ПТ (1) асимптотична поведінка АЧХ (при $K \rightarrow \infty$) має однаковий вигляд, як для випадку рівномірної дискретизації за часом, так і у випадку рівномірної дискретизації за шляхом [13]. АЧХ в обох варіантах дискретизації спадають зі швидкістю 60 дБ на декаду.

Будемо вважати, що зовнішні мікроколивання, які впливають на опорний відбивач референтного плеча інтерферометра, описуються стаціонарним випадковим процесом зі спектральною щільністю потужності прискорень $N(f)$ [8]. При такому допущенні дисперсію вимірювання ПВП можна визначити як

$$\sigma_g^2 = \int_{-\infty}^{\infty} N(f) |H(f)|^2 df. \quad (6)$$

При практичному використанні формули (6) сейсмічні коливання ґрунту часто розглядаються як "білий шум" зі спектральною щільністю N_0 [8].

Для побудови вагових функцій можна використовувати підхід, що ґрунтується на сплайново-му поданні вагових функцій гравіметра [10–12]:

$$G(t) = \sum_{k=0}^{K-1} w_k \cdot (t-t_k)_+, \quad (7)$$

де w_k – вагові коефіцієнти при відліках шляху в алгоритмі вимірювання ПВП (4); функція

$$(t-t_k)_+ = \begin{cases} t-t_k, & t > t_k; \\ 0, & t \leq t_k. \end{cases}$$

На основі (7) можна синтезувати вагову функцію БЛГ бажаного виду і вибирати таку з них, яка забезпечує найкраще ослаблення завад у конкретній ситуації [10].

З використанням квадратичної інтерполяції можна звести послідовність нерівномірних у часі відліків даних $\{t_k, h_k\}$, $k = \overline{0, K-1}$ на виході схеми вимірювання пар часу і шляху до часової послідовності, що йде з однаковим кроком Δt [15]. Такий підхід дозволяє реалізувати симетричну вагову функцію для гравіметрів із симетричним методом вимірювання.

Крім того, можна оцінювати значення ПВП з використанням або ЗМНК, або узагальненого методу найменших квадратів (УМНК) [10–12]. Таке узагальнення МНК дозволяє гнучко підстроювати характеристики БЛГ під характеристики завад.

Важливою характеристикою завадостійкості БЛГ є його ефективна смуга пропускання

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df. \quad (8)$$

Значення θ характеризує вплив широкосмугової завади за прискоренням на результат вимірювання ПВП. З використанням теореми Парсевалю ефективну смугу пропускання може бути подано таким чином:

$$\theta = \int_0^T G^2(t) dt. \quad (9)$$

При використанні методу МНК з рівномірною дискретизацією за часом і досить великому числі відліків "шлях-час" [10]

$$\theta = \frac{10}{7T} \approx 1,43/T, \quad (10)$$

де T – час вимірювання ПВП.

Використовуючи умови (3) і (9), нескладно показати, що $\theta \geq \theta_{\min}$, де величина $\theta_{\min} = 1/T$ досягається для вагової функції прямокутного виду $G(t)=1/T$. Однак реалізація вагової функції прямокутного виду є неприйнятною при наявності завад за шляхом, що зокрема виникають при квантуванні сигналу, який надходить із виходу інтерферометра.

Таким чином, вплив зовнішніх сейсмічних завад на точність вимірювання ПВП визначається не способом вимірювання (симетричним або несиметричним), а статистичними характеристиками

завади і тією ваговою функцією, що було реалізовано в БЛГ.

Відзначимо, що при заданих лінійних розмірах гравіметра при симетричному способі час вимірювання збільшується приблизно в 2 рази в порівнянні з несиметричним способом вимірювання. Згідно з виразами (6), (8) і (10) це призведе до зменшення дисперсії вимірювання ПВП у 2 рази при рівномірній дискретизації за часом і дії завади, некорельованої щодо прискорення (ширококутної завади щодо прискорення).

2. Модель віброзахисту БЛГ від сейсмічних завад із використанням пружного підвісу референтного відбивача інтерферометра

Розглянемо ефективність придушення сейсмічних завад за рахунок застосування пружного підвісу РВ інтерферометра. Для цього використаємо модель механічної системи БЛГ у вигляді двох зв'язаних коливальних систем [10–12].

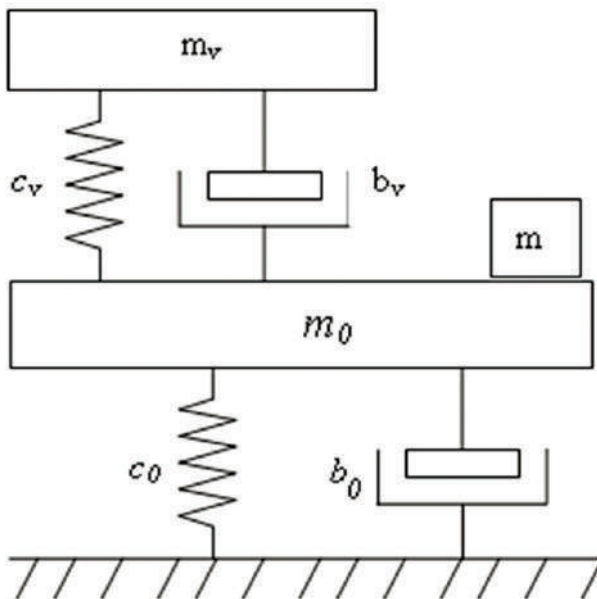


Рис. 1. Модель механічної системи БЛГ з пружним підвісом РВ

На рис. 1 подано модель механічної системи БЛГ з пружним підвісом РВ [10]. Тут використано такі позначення: m – маса ПТ; m_0 – сумарна маса фундаменту, балістичного блоку і встановлених на ньому пристроїв; c_0 – коефіцієнт жорсткості ґрунтової основи; b_0 – коефіцієнт в'язкого тертя основи; m_v – маса віброзахисного пристрою разом з РВ; c_v і b_v – коефіцієнт жорсткості й коефіцієнт демпфірування віброзахисного пристрою.

Опишемо рух РВ інтерферометра у вертикальному напрямку, що виникає при кидку ПТ. Розглянемо силу $F(t)$, що діє на платформу вертикально вниз із боку ПТ.

Для несиметричного методу вимірювання зміна сили $F(t)$ виникає в момент відпускання ПТ. У результаті можна вважати, що

$$F(t) = \begin{cases} mg, & \text{при } t \geq 0; \\ 0, & \text{при } t < 0. \end{cases} \quad (11)$$

Для симетричного методу вимірювань як модель сили $F(t)$ будемо розглядати вплив прямокутного виду [10–12]

$$F(t) = \begin{cases} mg, & \text{при } t \leq -\tau; \\ mg + F_0, & \text{при } -\tau < t \leq 0; \\ 0, & \text{при } t > 0, \end{cases} \quad (12)$$

де τ – час розгону ПТ; F_0 – сила, що забезпечує розгін ПТ.

З умови збереження закону імпульсу випливає, що

$$F_0 = \frac{v}{\tau} m. \quad (13)$$

Згідно з прийнятою моделлю механічної системи БЛГ, рух його фундаменту у вертикальному напрямку, а відтак і РВ внаслідок автосейсмічного ефекту, описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_v \cdot \frac{d^2 x_v}{dt^2} = b_v \cdot \frac{d}{dt} (x_0 - x_v) + c_v \cdot (x_0 - x_v); \\ m_0 \cdot \frac{d^2 x_0}{dt^2} = -b_0 \cdot \frac{dx_0}{dt} - \\ -b_v \cdot \frac{d}{dt} (x_0 - x_v) - c_0 x_0 - c_v \cdot (x_0 - x_v) + F, \end{cases} \quad (14)$$

де x_0 і x_v – відповідно, відхилення фундаменту і РВ від початкового положення при зняттю ПТ.

З розв'язку системи рівнянь (14) з урахуванням початкових умов можна визначити функції $x_0(t)$ і $x_v(t)$.

Для аналізу впливу зовнішніх сейсмічних завад також використаємо модель, зображену на рис. 1, з урахуванням того, що сама ґрунтова основа, на якій розміщено БЛГ, здійснює мікроколивання. З огляду на це, рух фундаменту і РВ у вертикальному напрямку описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_v \cdot \frac{d^2 x_v}{dt^2} = b_v \cdot \frac{d}{dt} (x_0 - x_v) + c_v \cdot (x_0 - x_v); \\ m_0 \cdot \frac{d^2 x_0}{dt^2} = -b_0 \cdot \frac{d}{dt} (x_0 - y) - \\ -b_v \cdot \frac{d}{dt} (x_0 - x_v) - c_0 \cdot (x_0 - y) - c_v \cdot (x_0 - x_v), \end{cases} \quad (15)$$

де x_0 і x_v – відповідно, відхилення фундаменту і РВ від початкового положення зі знятим ПТ, y – положення ґрунтової основи.

У рівнянні (15) переміщення РВ інтерферометра x_v розглядаються як вихід механічної системи БЛГ, а переміщення ґрунтової основи y – як її вхід.

подамо у вигляді

$$K(f) = X_v(f) / Y(f),$$

3. Зменшення зовнішніх сейсмічних впливів при пружному підвісі референтного відбивача інтерферометра

де $X_v(f)$ – Фур'є-образ виходу $x_v(t)$;
 $Y(f)$ – Фур'є-образ входу $y(t)$.

При аналізі впливу зовнішніх сейсмічних завад частотну характеристику механічної системи БЛГ

На основі рівняння (15) частотну характеристику механічної системи БЛГ подамо у вигляді

$$K(f) = \frac{(c_0 + jb_0\omega) \cdot (c_v + jb_v\omega)}{[(c_0 + c_v) - m_0\omega^2 + j(b_0 + b_v)\omega] \cdot (c_v - m_v\omega^2 + jb_v\omega) - (c_v + jb_v\omega)^2}, \quad (16)$$

де $\omega = 2\pi f$ – кругова частота.

З огляду на те, що для механічної системи БЛГ виконуються умови $c_v \ll c_0$, $b_v \ll b_0$, вираз (16) подамо у вигляді

$$K(f) = \frac{(1 + j2\xi_0 \frac{f}{f_0}) \cdot (1 + j2\xi_v \frac{f}{f_v})}{[1 - (\frac{f}{f_0})^2 + j2\xi_0 \frac{f}{f_0}] \cdot [1 - (\frac{f}{f_v})^2 + j2\xi_v \frac{f}{f_v}]}, \quad (17)$$

де $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_0}{m_0}}$ і $\xi_0 = \frac{b_0}{2\sqrt{c_0 m_0}}$ – частота власних коливань і коефіцієнт відносного демпфірування системи "фундамент-основа";

$f_v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_v}{m_v}}$ і $\xi_v = \frac{b_v}{2\sqrt{c_v m_v}}$ – частота власних коливань і коефіцієнт відносного демпфірування системи пружного кріплення РВ.

Квадрат модуля частотної характеристики БЛГ дорівнює:

$$|K(f)|^2 = \frac{[1 + 4\xi_0^2 (\frac{f}{f_0})^2] \cdot [1 + 4\xi_v^2 (\frac{f}{f_v})^2]}{[1 + (4\xi_0^2 - 2) \cdot (\frac{f}{f_0})^2 + (\frac{f}{f_0})^4] \cdot [1 + (4\xi_v^2 - 2) \cdot (\frac{f}{f_v})^2 + (\frac{f}{f_v})^4]}, \quad (18)$$

причому в області низьких частот $f \ll f_0$

$$|K(f)|^2 \approx |K_v(f)|^2 = \frac{1 + 4\xi_v^2 (\frac{f}{f_v})^2}{(1 - (\frac{f}{f_v})^2)^2 + 4\xi_v^2 (\frac{f}{f_v})^2}, \quad (19)$$

де $K_v(f)$ – частотна характеристика підсистеми пружного кріплення РВ.

З урахуванням (18) вираз для ефективної шумової смуги БЛГ з урахуванням його механічної системи набуває вигляду

$$\theta_s = \int_{-\infty}^{\infty} |K(f)|^2 |H(f)|^2 df, \quad (20)$$

де $H(f)$ – частотна характеристика БЛГ, що визначається способом обробки даних вимірювань.

При жорсткій установці РВ інтерферометра величина ефективної шумової смуги БЛГ (20) визначається тільки ефективною смугою пропускання θ , що залежить від способу обробки даних:

$$\theta_s = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \theta.$$

Якщо ж період власних коливань системи підвісу РВ $T_v = 1/f_v$ значно більший від часу спостереження T і періоду власних коливань підсистеми фундаменту $T_0 = 1/f_0$, то

$$\theta_s \approx \theta_v,$$

де величина

$$\theta_v = \int_{-\infty}^{\infty} |K_v(f)|^2 df \quad (21)$$

характеризує ефективність системи підвісу РВ.

Мінімум величини θ_v з частотною характеристикою виду (19) досягається при $\xi_v = 0,5$ і дорівнює $\theta_{v\min} = 2\pi f_v$. Для виключення коливального режиму роботи доцільно забезпечити критичний режим, при якому $\xi_v = 1$. В останньому величина

$$\theta_v = 5\pi f_v / 2, \quad (22)$$

що є достатньо близькою до зазначеного раніше мінімуму $\theta_{v\min}$.

Ефективність ослаблення зовнішніх сейсмічних завад БЛГ опишемо показником

$$\mu = 0,7T\theta_s, \quad (23)$$

який дорівнює 1, якщо РВ інтерферометра не має підвісу і в багаторівневому БЛГ використовується обробка МНК. Чим менше значення показника μ , тим ефективніше ослаблюються зовнішні завади в БЛГ.

На рис. 2 наведено залежності ефективності ослаблення зовнішніх сейсмічних завад μ від відношення T_v/T за умови $\xi_v = 1$ і $T_v \gg T_0$. Тут різні криві відповідають обробці даних із різними ваговими функціями:

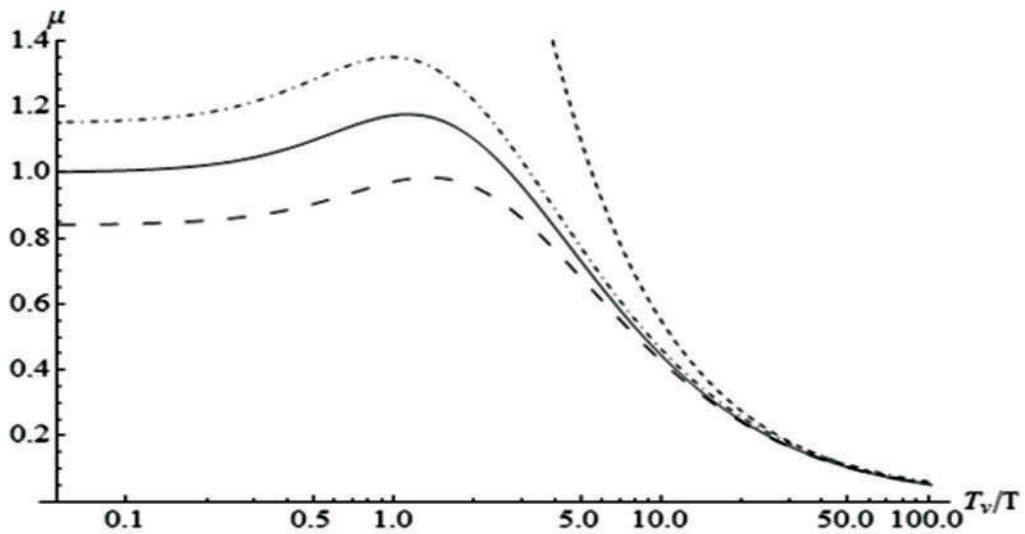


Рис. 2. Залежності показника ослаблення зовнішніх сейсмічних завад у БЛГ μ від відношення T_v / T

1) суцільна крива:

$$G(t) = \frac{30}{T} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2; \quad (24)$$

2) штрихова крива з довгим штрихом:

$$G(t) = \frac{6}{T} \cdot \left(\frac{t}{T}\right) \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right); \quad (25)$$

3) штрих-пунктирна:

$$G(t) = \frac{140}{T} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right)^3. \quad (26)$$

Штрихова крива описує аналітичну залежність (23), яку при $\theta_s = \theta_v$ з урахуванням (22) зручно

подати у вигляді $\mu = \frac{7\pi}{4(T_v/T)}$.

З аналізу залежностей можна зробити висновки:

1. Якщо період власних коливань системи підвісу РВ $T_v < 3T$, то механічна система віброзахисту неефективна.

2. Якщо період власних коливань системи підвісу РВ $T_v > 20T$, то впливом обробки (вагової функції обробки) на шумову складову БЛГ можна знехтувати. У цьому випадку для визначення ефек-

тивної шумової смуги БЛГ можна використовувати вираз

$$\theta_s = \theta_v = \frac{5}{2}\pi f_v.$$

3. Обробка даних за допомогою алгоритму, що забезпечує вагову функцію (25), краще підходить для придушення зовнішніх сейсмічних завад із рівномірною спектральною щільністю потужності за прискоренням, ніж обробка МНК з ваговою функцією (24).

4. Дослідження ефективності системи віброзахисту від автосейсмічних завад

Ефективність системи віброзахисту в БЛГ було оцінено шляхом моделювання в середовищі програмування Wolfram Mathematica. При цьому використовувалася модель механічної системи БЛГ, що подана на рис. 1, і формули (11–14), що описують рух РВ інтерферометра при кидку (відпусканні) ПТ.

При моделюванні використовувалися такі параметри механічної системи БЛГ [11, 12]: маса фундаменту $m_0 = 3000$ kg, жорсткість ґрунтової основи $c_0 = 125,88$ МН/м, коефіцієнт в'язкого

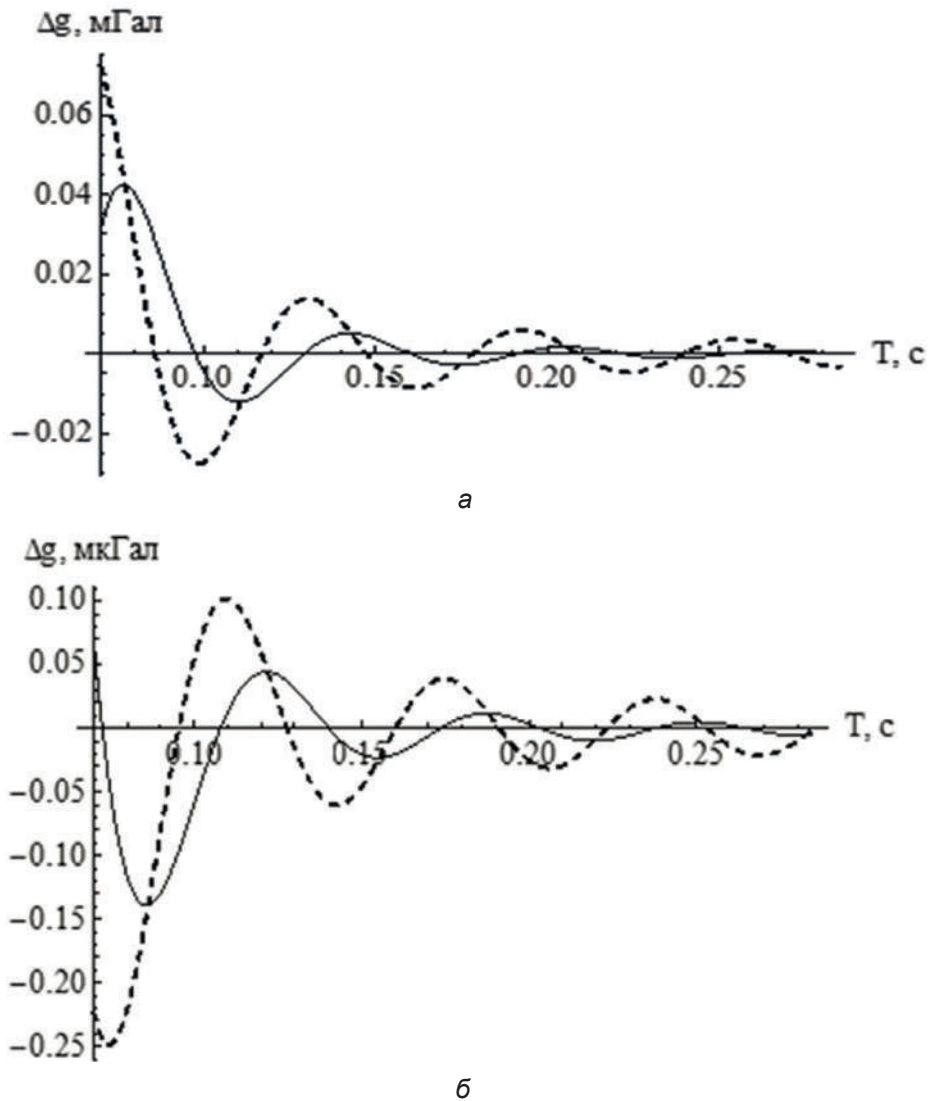


Рис. 3. Залежність показника АСН вимірювання ПВП від часу обробки для несиметричного методу вимірювання для випадків: а – жорсткого кріплення РВ; б – пружного підвісу РВ

тертя основи $b_0 = 73743,2 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}$; маса ПТ $m = 0,08 \text{ кг}$; початкова швидкість ПТ $v = 1,4 \text{ м}/\text{с}$ (що відповідає кидку ПТ на висоту близько $0,10 \text{ м}$).

Маса референтного відбивача приймалася рівною $m_v = 0,1 \text{ кг}$, а період власних коливань – $T = 2\pi\sqrt{m_v / c_v} = 10 \text{ с}$. Вважалося, що віброзахисна система працює у критичному режимі.

В ході моделювання досліджувався вплив пружного підвісу референтного відбивача на рівень автосейсмічної складової невизначеності (АСН) вимірювання ПВП. Як показник АСН приймалося відхилення результату вимірювання ПВП від його справжнього значення внаслідок автосейсмічного ефекту [11].

Величина показника АСН вимірювання ПВП визначалася відповідно до виразу [10–12]

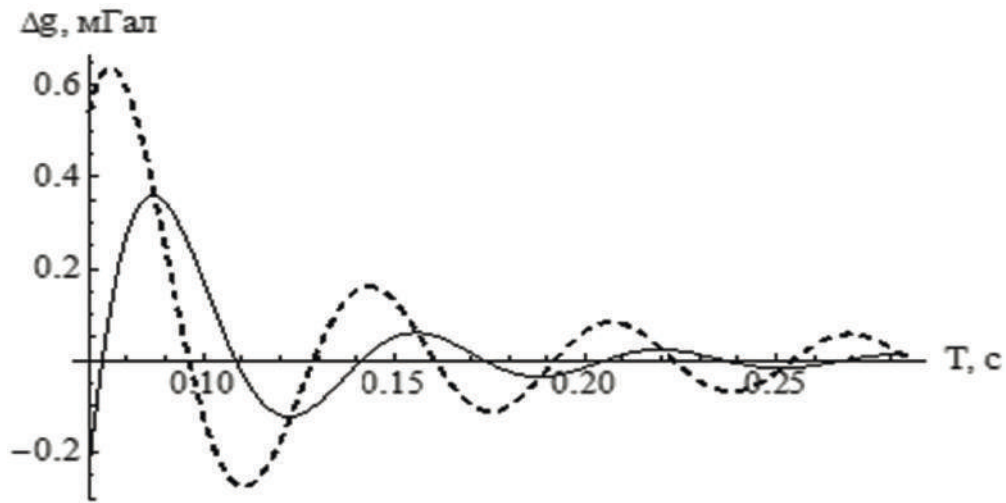
$$\Delta g = -\sum_{k=0}^{K-1} x_v(kh + t_0 - \frac{T}{2}) \cdot w_k, \quad (27)$$

де $x_v(t)$ – процес переміщення референтного відбивача; h – інтервал дискретизації відліків шляху, пройденого ПТ; t_0 – момент часу досягнення вершини ПТ; w_k – вагові коефіцієнти обробки відліків “шлях-час” у БЛГ.

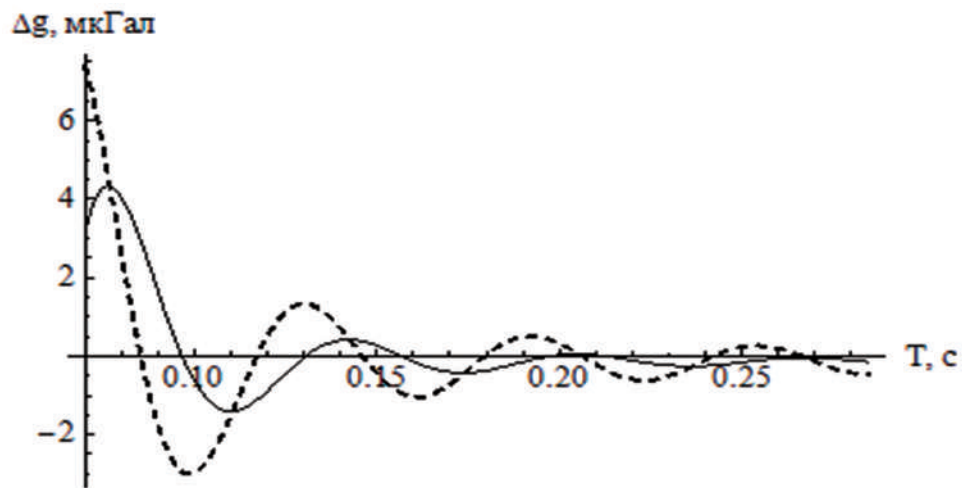
При використанні (27) інтервал дискретизації h вважався рівним $0,5 \text{ ms}$, а також використовувалися коефіцієнти обробки w_k , що відповідають МНК та ЗМНК. Для випадку ЗМНК коефіцієнти w_k визначалися з використанням вагового вікна Хана з параметрами $\alpha = \beta = 1$ [10].

Результати моделювання подані у вигляді графіків, зображених на рис. 3 і 4. Тут пунктирні криві отримані із застосуванням обробки МНК, а суцільні – ЗМНК.

Зауважимо, що проведений модельний експеримент дозволив для однакових умов порівняти АСН вимірювання ПВП симетричним і несиметричним гравіметром. Із аналізу отриманих результатів зроблено такі висновки.



а



б

Рис. 4. Залежність показника АСН вимірювання ПВП від часу обробки для симетричного методу вимірювання з тривалістю розгону ПТ $\tau = 50 < A$ для випадків: а – жорсткого кріплення РВ; б – пружного підвісу РВ

1. Несиметричний метод забезпечує суттєво меншу, щонайменше в 10 разів, АСН вимірювання ПВП. Це впливає зі співставлення залежностей, поданих на рис. 3а і 4а, також зі співставлення залежностей на рис. 3б і 4б.

2. За рахунок пружного підвісу РВ інтерферометра можна суттєво зменшити АСН вимірювання ПВП (на 2 і більше порядків). Про це свідчить співставлення залежностей на рис. 3а і 3б, а також співставлення залежностей на рис. 4а і 4б.

3. Застосування ЗМНК дозволяє зменшити АСН вимірювання ПВП приблизно у два рази відносно МНК. Це впливає зі співставлення суцільних і пунктирних кривих на рис. 3 і 4.

Висновки

1. Вплив зовнішньої сейсміки на невизначеність вимірювання ПВП, в основному, визначається не методом вимірювання (симетричним

або несиметричним), а статистичними характеристиками завади і способом підвісу референтного плеча інтерферометра.

2. Гравіметри, що реалізують несиметричний метод, забезпечують значно меншу (на порядок і більше) АСН вимірювання ПВП, ніж гравіметри симетричного типу.

3. За рахунок пружного підвісу РВ інтерферометра можна суттєво зменшити АСН вимірювання ПВП (на 2 і більше порядків) для всіх типів балістичних гравіметрів.

4. Застосування ЗМНК для обробки даних у балістичних гравіметрах здатне забезпечити кращі показники завадостійкості, ніж використання традиційного МНК. Особливо ефективним є застосування ЗМНК для ослаблення автосейсмічних завад, що надзвичайно актуально для БЛГ з симетричним методом вимірювання.

Анализ влияния сейсмических помех на результаты измерения ускорения свободного падения баллистическими лазерными гравиметрами

А.И. Винниченко¹, П.И. Неежмаков¹, А.В. Омельченко², А.В. Федоров², В.Ф. Болюх³

¹ *Национальный научный центр "Институт метрологии", ул. Мироносицкая, 42, 61002, Харьков, Украина
vinnsc2@gmail.com*

² *Харьковский национальный университет радиозлектроники, пр. Науки, 14, 61166, Харьков, Украина
omela5656@gmail.com*

³ *Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", ул. Кирпичева, 2, 61002, Харьков, Украина
vfbolyukh@gmail.com*

Аннотация

Статья посвящена анализу влияния сейсмических помех на неопределенность измерения ускорения свободного падения (УСП) баллистическими лазерными гравиметрами (БЛГ), реализующими как симметричный, так и несимметричный методы измерения.

Основными видами сейсмических помех являются внешняя помеха, обусловленная микроколебаниями почвы, и автосейсмическая помеха, вызванная колебаниями в механической части БЛГ вследствие толчка или отпускания пробного тела.

Одной из важнейших характеристик БЛГ относительно внешних сейсмических помех является его эффективная шумовая полоса. В статье впервые проанализирована зависимость этой полосы как от способа обработки данных в БЛГ, так и от периода собственных колебаний системы подвеса референтного отражателя интерферометра.

Показано, что гравиметры, реализующие несимметричный метод, обеспечивают значительно меньшую автосейсмическую неопределенность измерения УСП, чем гравиметры симметричного типа.

Сделан вывод, что применение взвешенного метода наименьших квадратов для обработки данных способно обеспечить лучшие показатели помехоустойчивости БЛГ, чем использование традиционного МНК.

Ключевые слова: помеха; гравиметр; весовая функция; колебания; частотная характеристика.

Analysis of the effects of seismic interference on the measurement results of gravitational acceleration by ballistic laser gravimeters

O. Vinnichenko¹, P. Neyezhnikov¹, A. Omelchenko², O. Fedorov², V. Bolyukh³

¹ *National Scientific Centre "Institute of Metrology", Myronosytska Str., 42, 61002, Kharkiv, Ukraine
vinnsc2@gmail.com*

² *Kharkiv National University of Radio Electronics, Nauky Ave., 14, 61166, Kharkiv, Ukraine
omela5656@gmail.com*

³ *National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kyrpychova Str., 2, 61002, Kharkiv, Ukraine
vfbolyukh@gmail.com*

Abstract

The article is devoted to analysis of the effect of seismic interference on the measurement uncertainty of gravitational acceleration (GA) by ballistic laser gravimeters (BLG), which employ either symmetric or asymmetric measurement techniques. Carrying out such an analysis is currently an urgent metrological problem aimed at improving designs of BLGs and methods of signal processing which they implement. In particular, precise determination of the GA is indispensable to definition of the kilogram in terms of Planck's constant as it was done in the revised version of the International System of Units (SI), which came into force on May 20, 2019.

The article uses the model of the BLG mechanical system that takes into account the elasticity of ground base on which the BLG foundation is installed, as well as the reference reflector (RR) suspension elasticity of the interferometer with respect to the foundation.

There are two main types of seismic interference, namely the external interference caused by soil micro-oscillations and auto seismic interference caused by oscillations in the BLG mechanical part due to the push or drop of the test body (TB). These interferences have different causes, different characteristics and lead to different measurement uncertainties: external seismic interference leads to the type A uncertainty, while auto seismic one is responsible for the type B uncertainty.

One of the most important characteristics of any BLG with respect to external seismic interference is its effective noise band. The article for the first time analyzes the dependence of the effective noise band both on the BLG data processing method and on the period of proper oscillations of the RR suspension system. It is established that when the period of proper oscillations of the RR suspension system exceeds significantly the observation time, the BLG effective noise band is determined by the RR suspension system.

It has been shown by simulation that asymmetric gravimeters provide a much smaller (by an order of magnitude and more) auto seismic uncertainty (ASU) of the GA measurement compared to symmetric gravimeters. Due to the elastic suspension of the RR of interferometer, the ASU of the GA measurement for all types of ballistic gravimeters can be reduced significantly.

It is concluded that the use of a weighted least squares method for processing data in ballistic gravimeters can provide better interference immunity rates than the conventional method of least squares.

Keywords: interference; gravimeter; weight function; oscillations; frequency response characteristic.

Список літератури

1. Robinson I.A. Towards the redefinition of the kilogram: a measurement of the Planck constant using the NPL Mark II watt balance. *Metrologia*, 2012, vol. 49, no. 1, pp. 113–156. doi: 10.1088/0026-1394/49/1/016
2. Liard J.O., Sanchez C.A., Wood B.M., Inglis A.D., Silliker R.J. Gravimetry for watt balance measurements. *Metrologia*, 2014, vol. 51, no. 2, pp. 32–41.
3. Jiang Z., Pálinkáš V., Francis O., Baumann H. et al. On the gravimetric contribution to watt balance experiments. *Metrologia*, 2013, vol. 50, no. 5, pp. 452–471.
4. Niebauer T.M., Sasagawa G.S., Faller J.E., Hilt R., Klotting F. A new generation of absolute gravimeters. *Metrologia*, 1995, vol. 32, no. 3, pp. 159–180.
5. Rothleitner Ch., Svitlov S., Merimeche H., Hu H., Wang L.J. Development of new free-fall absolute gravimeters. *Metrologia*, 2009, no. 46, pp. 283–297. doi: 10.1088/0026-1394/46/3/017
6. Болюх В., Вінніченко О. Сучасні абсолютні лазерні гравіметри й їхні метрологічні характеристики. *Метрологія та прилади*. 2013. № 5 (43). С. 47–56.
7. Omelchenko A.V., Zanimonskiy Y.M., Vinnichenko A.I., Kupko V.S. Development of Methods for Data Processing in a Rise-and-Fall Gravimeter on the Basis of Polynomial Models. *Static and mobile measurements (TG – SMM 2013): proceedings of IAG Symposium on Terrestrial Gravimetry (17–20 September 2013, Saint Petersburg, Russia)*. Saint Petersburg, 2013, pp. 143–147.
8. Світлов С.М. Методи аналізу та зменшення динамічних похибок балістичних гравіметрів: автореф. дис. Харків, 2000. 17 с.
9. Занимонский Е.М., Нагорный В.Д. Баллистический гравиметр: подход в рамках теории линейных систем. *Измерительная техника*. 1992. № 3. С. 34–36.
10. Омельченко А.В., Болюх В.Ф., Винніченко А.И., Купко В.С. Помехоустойчивая обработка сигналов в баллистическом лазерном гравиметре с симметричным способом измерения ускорения свободного падения. *Український метрологічний журнал / Ukrainian Metrological Journal*. 2019. № 1. С. 54–62. doi: 10.24027/2306-7039.1.2019.164717
11. Омельченко А., Болюх В., Вінніченко О. Автосейсмічна складова похибки симетричного балістичного гравіметра, зумовлена коливаннями фундаменту. *Метрологія та прилади*. 2014. № 3 (47). С. 51–56.
12. Болюх В.Ф., Омельченко А.В., Винніченко А.И. Влияние автосейсмических колебаний фундамента на показания баллистического гравиметра с индукционно-динамической катушкой. *Измерительная техника*. 2015. № 2. С. 19–22.
13. Нагорный В.Д. Обработка данных в баллистическом гравиметре: дис. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н. Москва, 1993. 108 с.
14. Шурубкин В.Д. Исследование баллистического метода определения ускорения свободного падения и разработка лазерного гравиметра с симметричным измерением: дис. на соиск. уч. степ. д.т.н. Москва, 2006. 267 с.
15. Омельченко А., Вінніченко О., Купко В., Занимонський Є. Застосування квадратичної інтерполяції у процесі опрацювання даних у балістичному гравіметрі. *Метрологія та прилади*. 2013. № 4 (42). С. 50–55.

References

1. Robinson I.A. Towards the redefinition of the kilogram: a measurement of the Planck constant using the NPL Mark II watt balance. *Metrologia*, 2012, vol. 49, no. 1, pp. 113–156. doi: 10.1088/0026-1394/49/1/016
2. Liard J.O., Sanchez C.A., Wood B.M., Inglis .D., Silliker R.J. Gravimetry for watt balance measurements. *Metrologia*, 2014, vol. 51, no. 2, pp. 32–41.
3. Jiang Z., Pálinkáš V., Francis O., Baumann H. et al. On the gravimetric contribution to watt balance experiments. *Metrologia*, 2013, vol. 50, no. 5, pp. 452–471.
4. Niebauer T.M., Sasagawa G.S., Faller J.E., Hilt R., Klotting F. A new generation of absolute gravimeters. *Metrologia*, 1995, vol. 32, no. 3, pp. 159–180.
5. Rothleitner Ch., Svitlov S., Merimeche H., Hu H., Wang L.J. Development of new free-fall absolute gravimeters. *Metrologia*, 2009, no. 46, pp. 283–297. doi: 10.1088/0026-1394/46/3/017
6. Boliukh V.F., Vinnichenko O.I. Suchasni absolutni lazerni hravimetry i yikhni metrolohichni kharakterystyky [Modern absolute laser gravimeters and their metrological characteristics]. *Metrology and Instruments*, 2013, no. 5(43), pp. 47–56 (in Ukrainian).
7. Omelchenko A.V., Zanimonskiy Y.M., Vinnichenko A.I., Kupko V.S. Development of Methods for Data Processing in a Rise-and-Fall Gravimeter on the Basis of Polynomial Models. *Static and mobile measurements (TG – SMM 2013)*: proceedings of IAG Symposium on Terrestrial Gravimetry (17–20 September 2013, Saint Petersburg, Russia). Saint Petersburg, 2013, pp. 143–147.
8. Svitlov S.M. Metody analizu ta zmeshennia dynamichnykh pokhybok balistychnykh hravimetriv [Methods of analysis and reduction of dynamic errors of ballistic gravimeters]: author's abstract. Kharkiv, 2000. 17 p. (in Ukrainian).
9. Zanimonskiy Y.M., Nagornyy V.D. Ballisticheskyy gravimetr: podkhod v ramkakh teorii lineynykh sistem [Ballistic gravimeter: an approach within the linear systems theory]. *Measurement Techniques*, 1992, no. 3, pp. 34–36 (in Russian).
10. Omelchenko A.V., Bolyukh V.F., Vinnichenko A.I., Kupko V.S. Pomekhoustoychivaya obrabotka signalov v ballisticheskom lazernom gravimetre s simmetrichnym sposobom izmereniya uskoreniya svobodnogo padeniya [Anti-interference signal processing in a ballistic laser gravimeter with a symmetric measurement method of gravitational acceleration]. *Ukrainian Metrological Journal*, 2019, no. 1, pp. 54–62. doi: 10.24027/2306-7039.1.2019.164717 (in Russian).
11. Omelchenko A.V., Boliukh V.F., Vinnichenko O.I. Avtoseismichna skladova pokhybky symetrychnoho balistychnoho hravimetra, zumovlena kolyvanniamy fundamentu [Autoseismic component of the error of symmetric ballistic gravimeter caused by foundation oscillations]. *Metrology and Instruments*, 2014, no. 3 (47), pp. 51–56 (in Ukrainian).
12. Bolyukh V.F., Omelchenko A.V., Vinnichenko A.I. Vliyaniye avtoseismicheskikh kolebaniy fundamenta na pokazaniya ballisticheskogo gravimetra s induktsionno-dinamicheskoy katapultoy [Influence of autoseismic oscillations of the foundation on the readings of the ballistic gravimeter with an induction-dynamic catapult]. *Measurement Techniques*, 2015, no. 2, pp. 19–22 (in Russian).
13. Nagornyy V.D. Obrabotka dannykh v ballisticheskom gravimetre [Data processing in ballistic gravimeter]: dissertation for Cand. in Phys. and Math. Sc. degree. Moscow, 1993. 108 p. (in Russian).
14. Shurubkin V.D. Issledovaniye ballisticheskogo metoda opredeleniya uskoreniya svobodnogo padeniya i razrabotka lazernogo gravimetra s simmetrichnym izmereniyem [Research of ballistic method of determination of free-fall acceleration and development of a laser gravimeter with symmetric measurement]: dissertation for Doctor in Tech. Sc. degree. Moscow, 2006. 267 p. (in Russian).
15. Omelchenko A.V., Vinnichenko O.I., Kupko V.S., Zanimonskiy Y.M. Zastosuvannia kvadratychnoi interpolatsii u protsesi opratsiuvannia danykh u balistychnomu hravimetri [Application of quadratic interpolation during the data processing in ballistic gravimeters]. *Metrology and Instruments*, 2013, no. 4 (42), pp. 50–55 (in Ukrainian).