

Вібраційний метод вимірювання статичної нерівноваженості жорстких роторів

О.В. Мамонтов

Харківський національний університет радіоелектроніки, пр. Науки, 14, 61166, Харків, Україна
aleksandr.mamontov@nure.ua

Анотація

Розроблено вібраційний метод вимірювання статичної нерівноваженості жорстких роторів. Метод заснований на вимірюванні періоду вільних коливань системи, що складається з маятникової рами та ротора. Після встановлення та фіксації ротора на рамі збуджують вільні коливання системи та вимірюють їх період. Вимірювання повторюють три рази у різних положеннях ротора щодо своєї осі. Положення відрізняються одне від одного шляхом повороту ротора на сто двадцять градусів. За формулами обчислюють дисбаланс ротора та кут дисбалансу. У статті виводяться формули для розрахунку дисбалансу та його кута за трьома значеннями періоду вільних коливань рами. Через розрив функції виникла неоднозначність визначення кута дисбалансу. Для її усунення пропонується розбити кругову шкалу на три однакові сектори по сто двадцять градусів залежно від чисельних значень періодів. Для кожного сектора пропонується окрема розрахункова формула кута. Оцінка метрологічної точності методу показала, що допустимий залишковий питомий дисбаланс ротора відповідає класу точності G6,3 при швидкості обертання 2000 об/хв. Експериментальні дослідження проводилися шляхом перевірочних вимірювань нерівноваженості з відомими значеннями маси та кута дисбалансу. Отримані значення дисбалансу та його кута дорівнюють фактичним значенням з урахуванням похибки вимірювального пристрою.

Ключові слова: ротор; дисбаланс; кут; коливання; неоднозначність; точність.

Отримано: 20.11.2024

Відредаговано: 27.01.2025

Схвалено до друку: 30.01.2025

Вступ

Нерівноваженість роторів є основною причиною виникнення вібрації та шуму при роботі обладнання, що містить електродвигуни, компресори, вентилятори, маховики тощо. Як шкідливі та небезпечні виробничі чинники, шум та вібрація негативно впливають на людей, погіршуючи стан їхнього здоров'я та знижуючи продуктивність праці.

За останні десятиліття досягнуто значних успіхів у галузі вдосконалення балансувального обладнання. Завдяки інтеграції до його складу обчислювальних засобів та високоточних засобів вимірювання підвищилася точність вимірювання нерівноваженостей та продуктивність процесу балансування роторів. Але, незважаючи на зазначені досягнення, проблема нерівноваженості роторів залишається актуальною.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Найбільшого поширення серед балансувального обладнання набули дорезонансні та зарезонансні верстати, на яких здійснюється вимірювання та усунення нерівноваженостей роторів. На дорезонансних балансувальних верстатах вимірюються максимальні динамічні навантаження жорстких

опор ротора [1, 2]. На зарезонансних балансувальних верстатах вимірюють амплітуду вимушених коливань податливих опор ротора. Обидва типи верстатів передбачають встановлення ротора на опори, розгін до заданої швидкості, вимірювання нерівноваженостей, гальмування та усунення нерівноваженостей.

Низку досліджень останніми роками було спрямовано на створення автоматичних балансерів кулькового типу, які встановлюються на ротор [3–6]. За певної швидкості обертання вони компенсують вібрацію, викликану нерівноваженістю ротора. Автобалансири можуть використовуватися в процесі вимірювання нерівноваженості та в процесі експлуатації ротора. Але вони малоефективні в перехідних режимах при зміні швидкості обертання ротора через резонансні явища. Існує метод вимірювання дисбалансу, заснований на пробних пусках [7].

Загальним недоліком зазначених методів та засобів є низька продуктивність праці на операціях балансування, спричинена розгоном (гальмуванням) ротора до заданих оборотів. До того ж ці дії, як правило, пов'язані з безповоротними втратами електроенергії та небезпекою травмування людей.

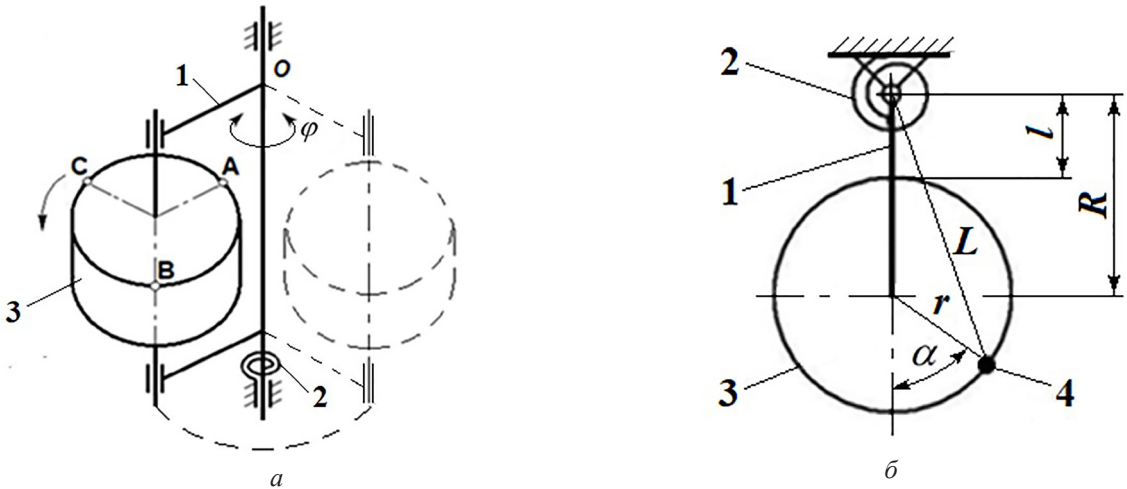


Рис. 1. Система “маятникова рама – ротор”

Відомий вібраційний метод вимірювання дисбалансу, що заснований на вимірюванні чотирьох значень періоду вільних коливань маятничкової рами при відповідних положеннях ротора [8]. Головний вектор дисбалансів та його кут розраховуються за формулами. Автором цієї статті запропоновано вібраційний метод, що ґрунтується на вимірюванні трьох значень періоду вільних коливань маятничкової рами [9]. У цьому методі час вимірювань скорочено на 25 відсотків.

На відміну від традиційних методів та засобів динамічного балансування, у цьому методі відсутнє обертання ротора на робочих швидкостях. Замість обертального руху використовується коливальний рух. Це дозволить знизити небезпеку травмування людей. Відсутність розгону та гальмування ротора скоротить тривалість операції балансування.

Мета, постановка проблеми та розв’язувані завдання

При використанні запропонованого методу існує проблема неоднозначності визначення кута дисбалансу. Метою статті є усунення цієї неоднозначності. Для досягнення поставленої мети необхідно розв’язати такі завдання:

- провести теоретичне дослідження механічних коливань системи “маятникова рама – ротор”, склавши формули для розрахунку дисбалансу та його кута;
- знайти умови однозначного визначення кута дисбалансу;
- визначити точність запропонованого методу;
- продемонструвати результати експериментальних досліджень, які свідчать про можливість реалізації запропонованого методу.

Теоретичні дослідження механічних коливань системи “маятникова рама – ротор”

На рис. 1а показано вимірювальний пристрій. Маятникова рама 1 підпружена пружним елементом 2 і може здійснювати вільні коливання в горизонтальній площині відносно осі О. При цьому

рама буде відхилятися від положення рівноваги на кут φ. На раму встановлено жорсткий ротор 3. Він може повертатися і фіксуватися в трьох положеннях відносно своєї осі, які відрізняються кутом повороту на сто двадцять градусів. Привід збудження вільних коливань, повороту ротора та елементи його фіксації на рис. 1 не показано. Ротор 3 містить неврівноважену масу 4, див. рис. 1 б.

Її положення в обраній системі координат визначається кутом α. Момент інерції коливальної системи відносно осі О складається з моментів інерції кожної складової. До цих складових відносяться: умовно врівноважений ротор 3, неврівноважена маса 4, вільна (порожня) рама 1. Момент інерції системи в цілому може бути визначено за частотою (періодом) вільних крутильних коливань [8]. Цю залежність покладено в основу запропонованого методу.

Досліджуваний ротор встановлюють на маятничкову раму 1, збуджують вільні коливання та вимірюють їх період. Ця процедура повторюється тричі у різних положеннях ротора. Ці положення відрізняються одне від іншого кутом повороту ротора 3 відносно своєї осі на 120 градусів [9].

$$\omega_A^2 = \frac{4\pi^2}{T_A^2} = \frac{G}{J_{РАМ} + J_{РОТ} + m[r^2 + 2rR \cos \alpha + R^2]}, \quad (1)$$

де G – коефіцієнт жорсткості пружного елемента; ω_A – циклічна частота коливань рами; T_A – період коливань; $J_{РАМ}$ – момент інерції вільної рами 1 відносно осі О; $J_{РОТ}$ – момент інерції умовно ідеально збалансованого ротора 3 відносно осі О; m – неврівноважена маса 4.

Рівняння (1) відповідає початковому стану ротора 3 відносно рами 1, за яким умовна точка А знаходиться у площині рами 1 (рис. 1). Складемо рівняння циклічної частоти для інших положень ротора, якби на місці точки А виявилися точки В і С. Ці положення відповідають кутам $\alpha+120^\circ$ і $\alpha+240^\circ$.

Значення циклічної частоти при інших положеннях ротора 3, одержаних після його обертання кожного разу на сто двадцять градусів, дорівнюють, відповідно,

$$\omega_B^2 = \frac{4\pi^2}{T_B^2} = \frac{G}{J_{PAM} + J_{POT} + m[r^2 + 2rR \cos(\alpha + 120^\circ) + R^2]}, \quad (2)$$

$$\omega_C^2 = \frac{4\pi^2}{T_C^2} = \frac{G}{J_{PAM} + J_{POT} + m[r^2 + 2rR \cos(\alpha + 240^\circ) + R^2]}, \quad (3)$$

де ω_B , ω_C – циклічні частоти коливань рами при відповідних положеннях ротора 3; T_B , T_C – відповідні періоди коливань.

Розв'яжемо рівняння (1)–(3) спільно. Для цього зведемо рівняння (1) і (2) у мінус перший ступінь і віднімемо з першого рівняння друге рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_A^2} - \frac{1}{\omega_B^2} &= \frac{T_A^2 - T_B^2}{4\pi^2} = \\ &= \frac{1}{G} [m(r^2 + 2rR \cos \alpha + R^2) - m(r^2 + 2rR \cos(\alpha + 120^\circ) + R^2)] = \\ &= \frac{2\sqrt{3}Rrm}{G} \sin(\alpha + 60^\circ), \end{aligned} \quad (4)$$

де T_A та T_B – відповідні періоди коливань.

Аналогічно зведемо рівняння (1) і (3) у мінус перший ступінь і віднімемо з першого рівняння друге рівняння:

$$\frac{1}{\omega_A^2} - \frac{1}{\omega_C^2} = \frac{T_A^2 - T_C^2}{4\pi^2} = \frac{2\sqrt{3}Rrm}{G} \sin(\alpha + 120^\circ), \quad (5)$$

де T_C – період коливань, який відповідає циклічній частоті ω_C .

Віднімемо рівняння (5) із рівняння (4):

$$\frac{1}{\omega_C^2} - \frac{1}{\omega_B^2} = \frac{T_C^2 - T_B^2}{4\pi^2} = \frac{2\sqrt{3}Rrm}{G} \sin \alpha. \quad (6)$$

Розділивши рівняння (5) на рівняння (6), отримаємо:

$$\frac{\frac{1}{\omega_A^2} - \frac{1}{\omega_C^2}}{\frac{1}{\omega_C^2} - \frac{1}{\omega_B^2}} = \frac{T_A^2 - T_C^2}{T_C^2 - T_B^2} = \frac{\sin(\alpha + 120^\circ)}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{ctg} \alpha - \frac{1}{2}. \quad (7)$$

З рівняння (7) отримаємо формулу для кута головного вектора дисбалансів:

$$\alpha = \operatorname{arccctg} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2(T_A^2 - T_C^2)}{T_C^2 - T_B^2} + 1 \right) \right]. \quad (8)$$

Модуль головного вектора дисбалансів може бути виведено з рівнянь (4) або (5):

$$D = mr = \frac{G(T_C^2 - T_B^2)}{8\sqrt{3}\pi^2 R \sin \alpha} = \frac{G(T_A^2 - T_C^2)}{8\sqrt{3}\pi^2 R \sin(\alpha + 120^\circ)}. \quad (9)$$

Вирази (8) та (9) є сумісними рішеннями рівнянь (1–3). Це рішення доводить можливість визначення головного вектора дисбалансів ротора за трьома значеннями вимірюного періоду (частоти) коливань системи.

Умови однозначного визначення кута дисбалансу

Зробимо теоретичну перевірку формули (8) на достовірність. Для цього побудуємо функціональну залежність розрахункового значення α^* від заданого значення α (0...360°) за допомогою формул (1–8), див. рис. 2.

Як видно з графіка на рис. 2а, формула (8) адекватна лише на ділянках 1 та 3, де значення α^* дорівнюють значенням α . На ділянці 2 функція має розриви першого роду, а функція-аргумент має розриви другого роду, рис. 2б. Таким чином, застосування формули (8) обмежене невизначеністю, яка виникає через розриви функції. Для усунення цієї невизначеності пропонується поділити кругову шкалу на три сектори: $\alpha 1 \in [-60^\circ \dots 60^\circ]$, $\alpha 2 \in [60^\circ \dots 180^\circ]$, $\alpha 3 \in [180^\circ \dots 360^\circ]$.

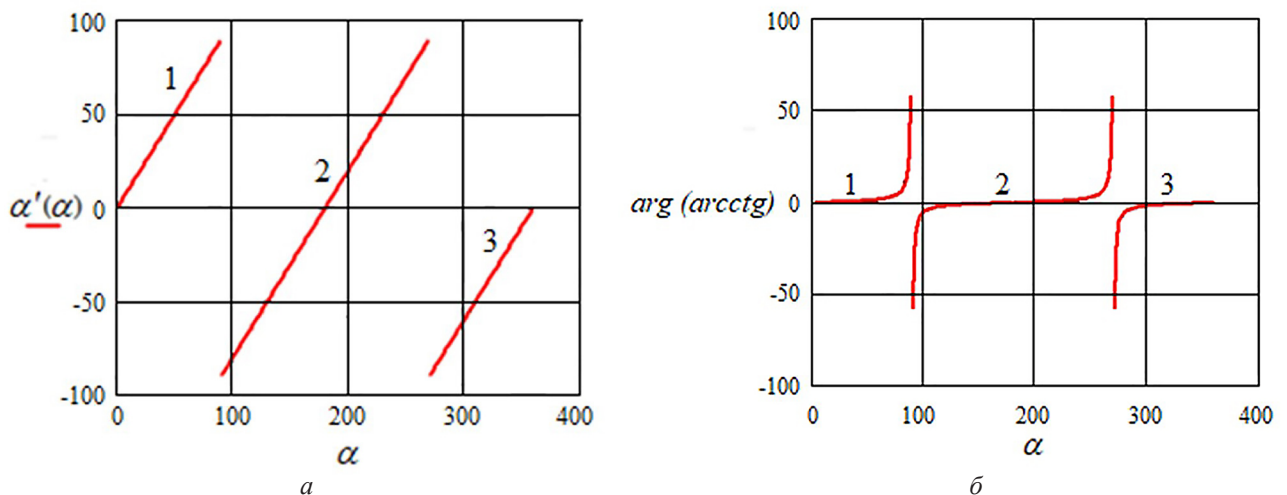


Рис. 2. Теоретична перевірка формули (8) на достовірність (Mathcad):

а – залежність розрахункового значення кута α^* від заданого значення α ; б – залежність аргументу функції (8) від α

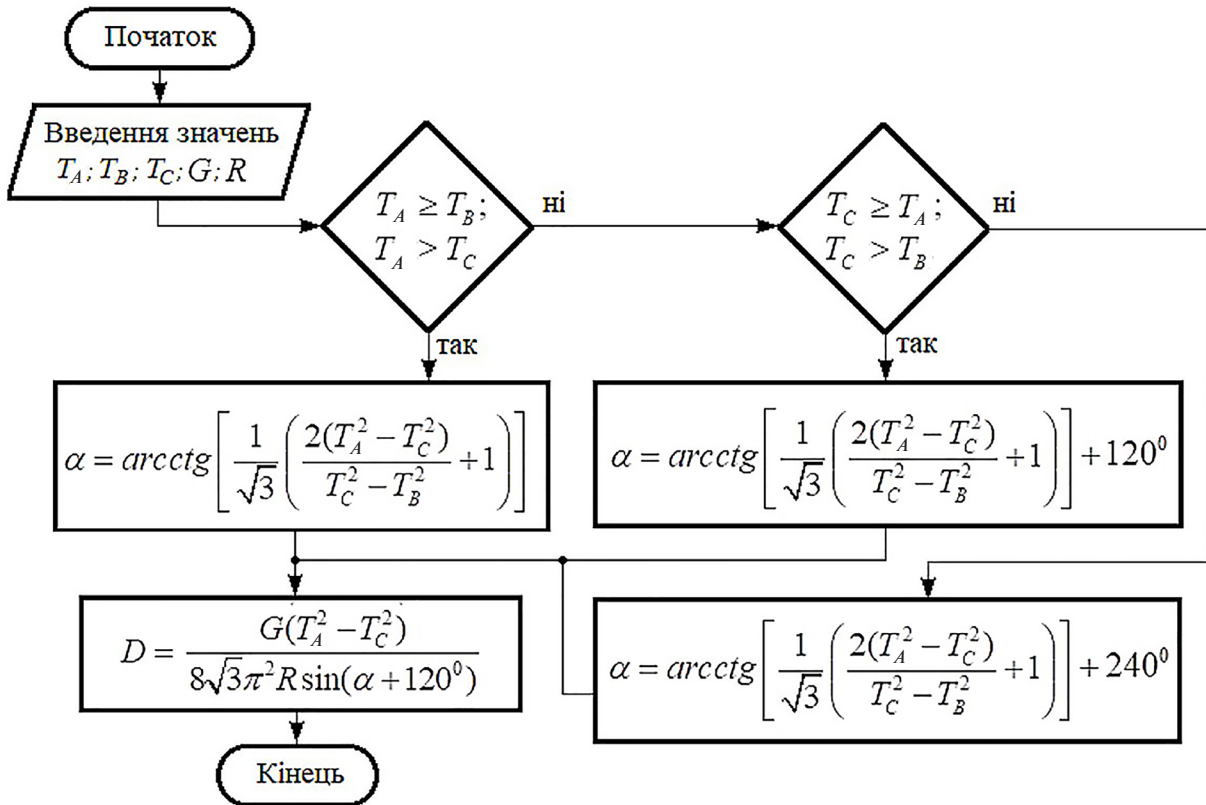


Рис. 3. Алгоритм розрахунку дисбалансу та його кута

У першому секторі пропонується розрахувати кут за формулою (8). В інших секторах пропонується скористатися тією ж закономірністю, умовно зсунувши кутову систему координат на 120° і на 240°, відповідно. Для другого сектора у формулі (8) треба замінити величини T_A на T_B , T_C на T_A , T_B на T_C . Аналогічно, зсунувши кутову систему координат на 240° і замінивши величини T_A на T_C , T_C на T_B , T_B на T_A , можна визначити кут α у межах [180°...360°]. Алгоритм розрахунку дисбалансу та його кута показано на рис. 3.

Під час вимірювання може виникнути невизначеність типу 1/0, коли невірноважена маса 4 випадково опиниться у площині маятникової рами 1, див. рис. 1. Існує шість таких положень ($T_A=T_C$, $T_C=T_B$, $T_B=T_A$). При кутовій похибці ймовірність такої ситуації становить $8,3 \times 10^{-3}$.

Ймовірність повторення такої ситуації поспіль є нехтовно малою ($6,9 \times 10^{-5}$), що не вплине на продуктивність праці на операціях опосередкованим балансуванням роторів. У такому випадку треба повернути ротор на випадковий кут і повторити вимірювання періодів коливань T_A , T_B , T_C .

Визначення точності методу

Визначення дисбалансу за цим методом є, оскільки він залежить від вимірних значень періодів вільних коливань, і розраховується за формулами. На точність вимірювання періодів впливатимуть декілька факторів: точність частотоміра, тертя та люфти, нелінійність пружного елемента,

мікрокліматичні фактори, вага ротора, зовнішні шуми та вібрація. Точність вимірювання періодів коливань маятникової рами не може перевищувати точність сучасних годинникових механізмів. За таких умов абсолютна похибка вимірювання періодів становить 0,0001с. Через це вимірювання періодів буде обмежено чотирма десятинними знаками.

Параметри коливальної системи, які відповідають умовам експерименту (див. нижче), дорівнюють: $J_{РОТ}=0,0026 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $J_{РАМ}=0,0048 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $R=0,1 \text{ м}$; $G=15,2 \text{ н}\cdot\text{м}$; $M=0,741 \text{ кг}$, $m=0,015 \text{ кг}$; $r=0,0035 \text{ м}$; $\alpha=45^\circ$. Значення дисбалансу відомо заздалегідь: $D_0=525 \text{ г}\cdot\text{мм}$. Ротор із такими характеристиками у цьому дослідженні будемо умовно розглядати як базовий (еталонний). Питомий дисбаланс такого ротора становить $709 \text{ г}\cdot\text{мм}/\text{кг}$, див. рис. 4, точка 1.



Рис. 4. Класи точності балансування роторів (фрагмент) [10]

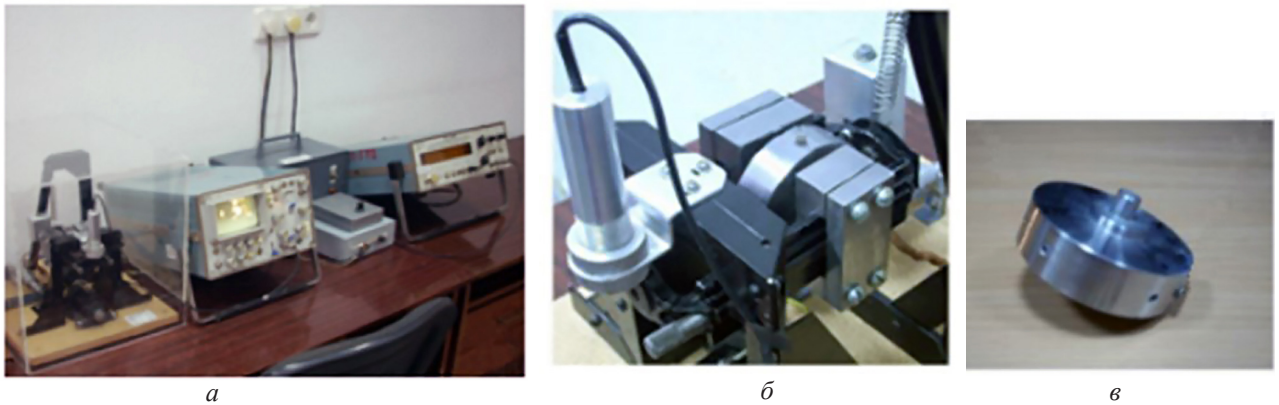


Рис. 5. Експериментальна лабораторна установка для дослідження вібрації жорстких роторів: а – загальний вигляд установки; б – маятникова рама з ротором; в – досліджуваний ротор

Для теоретичного визначення дисбалансу за допомогою цього методу застосуємо математичне моделювання. Для базового ротора розрахуємо періоди коливань за допомогою формул (1–3). Періоди дорівнюють, відповідно: $T_A=0,1409$ с; $T_B=0,1393$ с; $T_C=0,1405$ с. Як зазначалося вище, точність періодів обмежена чотирма десятинними знаками. Дисбаланс, розрахований за допомогою формули (9), становить $D_p=500$ г·мм.

Систематичну похибку цього методу визначимо як різницю між базовим (еталонним) та розрахунковим значеннями дисбалансу:

$$\Delta D = D_0 - D_p = 525 - 500 = 25 \text{ г·мм.}$$

Залишковий питомий дисбаланс, який не можна виміряти та усунути за допомогою цього методу, дорівнює:

$$e_{\text{per}} = \frac{\Delta D}{M} = \frac{25}{0,741} \approx 34 \text{ г·мм/кг.}$$

Відносна помилка кута дисбалансу дорівнює $\pm 2,2\%$. На рис. 4 точка 2 відповідає залишковому питомому дисбалансу ротора. Таким чином, цей метод відповідає класу точності G6,3 [10] на швидкості обертання 2000 хв^{-1} .

Результати експериментальних досліджень

Експериментальна частина роботи проводилася на лабораторній установці дослідження вібрації жорстких роторів, див. рис. 5.

Ця установка не є максимально точним засобом, який реалізує запропонований метод, і використовується з метою підтвердження його працездатності. Точність вимірювання періодів була приблизно на порядок нижчою, ніж у теоретичних розрахунках, і обмежена трьома десятинними знаками.

Експерименти проводилися багаторазово при різних масах штучної нерівноваженості ротора, починаючи від максимального значення 20 г.

Інші параметри коливальної системи наведені у попередньому пункті статті. Щоразу маса нерівноваженості зменшувалася на 0,5 г. Граничне значення маси, при якому виміряні періоди коливань дорівнюють один одному ($T_A=T_B=T_C=0,140$ с), становить 7,5 г. При подальшому зниженні маси нерівноваженості вимірювання періодів втрачає сенс. Таким чином, залишковий питомий дисбаланс цієї установки становить 354 г·мм/кг. При умовній швидкості обертання ротора 2000 хв^{-1} це відповідає класу точності G40 [10] на швидкості обертання 2000 хв^{-1} , рис. 4, точка 3. Цей результат опосередковано підтверджує точність методу, визначену в попередньому пункті.

Незважаючи на обмежену точність, ця установка підтверджує працездатність методу та успішно експлуатується у навчальних цілях, що підтверджує можливість впровадження методу у виробництво.

Висновки та перспективи

1. У результаті проведеного дослідження поставлені завдання було розв'язано, а мети досягнуто. Виведено формули для розрахунку дисбалансу ротора та його кута за трьома значеннями періоду вільних коливань системи “маятникова рама – ротор”. Знайдено умови однозначного визначення кута дисбалансу. Оцінено клас точності запропонованого методу. Продемонстровано результати експериментальних досліджень, які підтверджують можливість його реалізації.

2. Отримані результати свідчать про можливість застосування запропонованого методу у виробництві. Через відсутність обертання ротора на робочих швидкостях скорочується час вимірювання нерівноваженості та економиться електроенергія. В умовах масового та великосерійного виробництва це створить відчутний економічний ефект. Особливою властивістю є зниження ризику травмування працівників під час операцій балансування жорстких роторів.

3. Цей метод слід розглядати як частину вібраційних методів вимірювання динамічної неврівноваженості роторів. Він відкриває можливість перспективної розробки методу вимірювання моментної неврівноваженості.

The vibration method to measure static unbalance of rigid rotors

O. Mamontov

Kharkiv National University of Radio Electronics, Nauky Ave., 14, 61166, Kharkiv, Ukraine
aleksandr.mamontov@nure.ua

Abstract

A vibration method to measure static unbalance of rigid rotors has been developed. The method is based on measuring the period of free oscillations of a system consisting of a pendulum frame and a rotor. After installing and fixing the rotor on the frame, free oscillations of the system are generated, and the period is measured. The position of the rotor is changed, rotating it around its axis by one hundred and twenty degrees, and the oscillation period is measured again. The previous operation is repeated. The rotor unbalance and unbalance angle are calculated using the formulas. The paper derives formulas for calculating the imbalance and its angle based on three values of the period of free oscillations of the frame.

There was an ambiguity in determining the unbalance angle due to discontinuities in the function. The conditions under which an unambiguous determination of the angle is ensured are given. For this, it is proposed to divide the circular scale into three identical sectors of one hundred and twenty degrees, depending on the numerical values of the periods. For each sector, a separate angle calculation formula is proposed. Theoretical assessment of metrological accuracy of the method showed that the permissible residual specific imbalance of the rotor corresponds to class G6,3 at a rotation speed of 2000 revolutions per minute.

The experimental part of the study is based on multiple measurements with different values of the unbalanced mass and unbalance angle. The calculated values of the imbalance and its angle coincide, taking into account the error of the measuring device.

This method does not involve spinning the rotor to high speeds. There is no acceleration or braking of the rotor, which saves time and electrical energy. Instead, the vibrating motion of the rotor is used. Therefore, the risk of injury to a person is much lower. The implementation of the method will improve productivity and safety when balancing rigid rotors.

This method opens up the possibility of vibration measurement of the dynamic imbalance of the rotors using three values of the frequency of free oscillations of the frame.

Keywords: rotor; imbalance; angle; oscillation; ambiguity; accuracy.

Список літератури

1. Жук А.Я., Малишев Г.П., Желябіна Н.К., Таратута К.В. Технічне обслуговування металургійного обладнання: навчальний посібник. Київ: Видавничий дім "Кондор", 2017. 288 с.
2. Савчук В.І., Івченко О.В., Євтухов А.В., Дегтярьов І.М. Наукові основи складання машин: навчальний посібник. Суми: Сумський державний університет, 2023. 277 с.
3. Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E. Automatic two-plane balancing for rigid rotors. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2008, vol. 43, issue 6, pp. 527–541. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2008.01.002>
4. Taekil K., Sungsoo N. New automatic ball balancer design to reduce transient-response in rotor system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, vol. 37, issues 1–2, pp. 265–275. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2013.01.016>
5. Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E. Two-plane automatic balancing: A symmetry breaking analysis. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2011, vol. 46, issue 9,

- pp. 1139–1154. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2011.04.033>
6. Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E. Experimental investigation of a single-plane automatic balancing mechanism for a rigid rotor. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, vol. 330, issue 3, pp. 385–403. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.08.020>
 7. Tuan Le Dinh, Thanh Bui Trung, Ngoc Anh Vu. Dynamic balancing of rigid rotors by the influence coefficient method. *Journal of Fisheries Science and Technology*, 2024, no. 1, pp. 80–88. doi: <https://doi.org/10.53818/jfst.01.2024.260>
 8. Belikov A.S., Mamontov A.V., Nalisko N.N., Klimenko A.A. Increase of safety of operation of compressor units due to balancing of rotors. *The scientific heritage*, 2018, no. 21, pp. 68–72.
 9. Заявка на патент u202402958, Україна, МПК G01CM1/10. Спосіб визначення головного вектора дисбалансів роторів. О.В. Мамонтов, заявл. 4.06.2024.
 10. ISO 1940-1:2003(E). Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state – Part 1: Specification and verification of balance tolerances (IDT). URL: <https://akincigeneratorvemotor.com.tr/wp-content/uploads/2024/05/ISO1940-1.pdf>
- References**
1. Zhuk A.Ya., Malyshev H.P., Zheliabina N.K., Taratuta K.V. Tekhnichne obsluhovuvannia metalurhiinoho obladdannia: navchalnyi posibnyk [Technically maintenance of metallurgical equipment: training manual]. Kyiv, Condor Publ., 2017. 288 p. (in Ukrainian).
 2. Savchuk V.I., Ivchenko O.V., Yevtukhov A.V., Dehtiarov I.M. Naukovi osnovy skladannia mashyn: navchalnyi posibnyk [Scientific foundations of machine assembly: training manual]. Sumy, 2023. 277 p. (in Ukrainian).
 3. Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E. Automatic two-plane balancing for rigid rotors. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2008, vol. 43, issue 6, pp. 527–541. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2008.01.002>
 4. Taekil K., Sungsoo N. New automatic ball balancer design to reduce transient-response in rotor system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, vol. 37, issues 1–2, pp. 265–275. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2013.01.016>
 5. Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E. Two-plane automatic balancing: A symmetry breaking analysis. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2011, vol. 46, issue 9, pp. 1139–1154. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2011.04.033>
 6. Rodrigues D.J., Champneys A.R., Friswell M.I., Wilson R.E. Experimental investigation of a single-plane automatic balancing mechanism for a rigid rotor. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, vol. 330, issue 3, pp. 385–403. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.08.020>
 7. Tuan Le Dinh, Thanh Bui Trung, Ngoc Anh Vu. Dynamic balancing of rigid rotors by the influence coefficient method. *Journal of Fisheries Science and Technology*, 2024, no. 1, pp. 80–88. doi: <https://doi.org/10.53818/jfst.01.2024.260>
 8. Belikov A.S., Mamontov A.V., Nalisko N.N., Klimenko A.A. Increase of safety of operation of compressor units due to balancing of rotors. *The scientific heritage*, 2018, no. 21, pp. 68–72.
 9. Patent application u202402958, Ukraine, MPK G01CM1/10. Sposib vyznachennja golovnoho vektora dysbalansiv rotoriv [Method for determining the main vector of rotors imbalances]. O.V. Mamontov, declared 4.06.2024 (in Ukrainian).
 10. ISO 1940-1:2003(E). Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state – Part 1: Specification and verification of balance tolerances (IDT). Available at: <https://akincigeneratorvemotor.com.tr/wp-content/uploads/2024/05/ISO1940-1.pdf>