УДК 006.91:053.088

А.В. Прокопов[1], И.П. Захаров[2], О.А. Боцюра[2]

[1]*Национальный научный центр «Институт метрологии», Харьков, Украина*
[2]*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина*

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОБОСНОВАНИЯ МОДЕЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

The problems of model equation justification were enumerated. The basic categories of models (verbal, graphical, mathematical and software) were considered. The main modeling positions JCGM 103 are shown. The development of a mathematical model was described. The justification of input quantities laws distribution shape was carried out.

Ключевые слова: *model equation, measurement uncertainty.*

Введение

Проблема обоснования уравнения (модели) измерения, необходимого для решения различных метрологических задач, включая оценку неопределенности измерений, в настоящее время является объектом пристального внимания исследователей во многих странах мира. Сложность данной проблемы нашла свое отражение в решениях рабочей группы WG 1 JCGM по подготовке отдельного приложения JCGM 103 [1] к GUM [2], посвященного методологии обоснования модельного уравнения. Было отмечено, что несмотря на длительные усилия, работы по подготовке JCGM 103 выполнены лишь примерно на 50 %. Кроме того, его разработка намечена параллельно с пересмотром GUM [3] – во избежание дублирования между этими двумя документами. К сожалению, после рассмотрения первой версии нового GUM в 2014 году, отзывы на который носили преимущественно отрицательный характер, работы над этим документом притормозились.

Ускорить процесс создания документа по обоснованию модельного уравнения могут параллельные работы в этой области. Поэтому ТК 1.1 COOMET «Общие вопросы измерений» было принято решение о выполнении темы, направленной на разработку нормативного документа по обоснованию модельного уравнения при оценивании неопределенности измерения. По результатам темы будут подготовлены Рекомендации COOMET.

Целью этой работы является рассмотрение основных положений разрабатываемых рекомендаций.

1. Категории моделей

Анализ имеющейся литературы (см., например, [4-6]) показывает, что для обоснования и описания модели целесообразно рассматривать четыре средства: языка, графики, математики и программирования. В связи с этим, можно различать и соответствующие категории моделей.

1. Вербальные модели

Вербальное моделирование является первоначальным этапом построения модели. Вербальные модели описывают методику измерений с помощью языка в виде последовательности выполнения метрологических операций, выявляются непосредственно измеряемые и влияющие величины, диапазоны их изменения и точность определения, основные источники неопределенности [7].

2. Графические модели

Графические модели строятся на основе вербальных в виде алгоритма, структурной схемы, диаграммы причина-следствие, графа состояний и так далее. Эти модели наиболее широко применяются при описании аналитических измерений [7]. Их достоинством является хорошая наглядность и возможность их дополнения и упрощения. Общий вид графической модели измерений в виде диаграммы причина-следствие приведен в книге [8] (рис. 1).

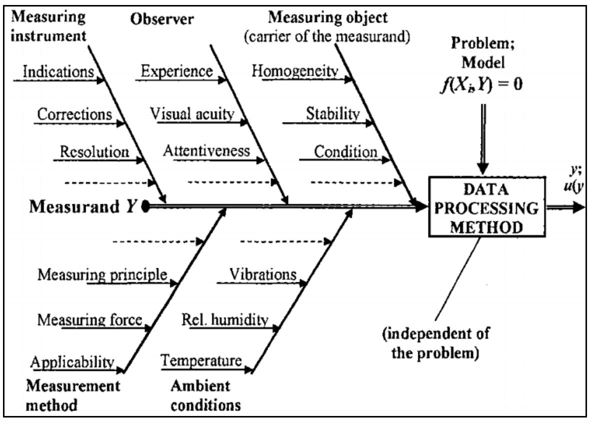

Рис. 1. Общая графическая модель измерений

3. Математические модели

Математические (аналитические) модели наиболее приемлемы для получения количественных соотношений. Они представляются в виде аналитических выражений и являются основой для нахождения числового значения измеряемой величины и оценивания неопределенности измерений на основе модельного подхода [2].

4. Программные модели

Являются реализацией математических моделей в виде компьютерных программ, позволяющих автоматизировать процесс вычисления числового значения и неопределенности измеряемой величины, но могут представлять собой и соединительные модели, такие как нейронные сети [9]. Как отмечается в [2] «модель измерения может существовать как алгоритм, который должен быть реализован численно». Например, программные модели позволяют решать численными методами трансцендентные уравнения, чего нельзя достичь аналитическим моделированием.

Следует отметить, что реализации перечисленных категорий моделей являются **основными этапами создания модели.**

2. Основные положения моделирования JCGM 103

Основные положения моделирования будут рассмотрены в разрабатываемом документе JCGM 103 и включают в себя четыре этапа [10]:

1) задание выходной величины *Y* (измеряемой величины);

2) нахождение входных величин $X_1, X_2, ..., X_N$, от которых зависит *Y*;

3) разработку модели измерений, соотносящей *Y* с входными величинами;

4) приписывание функций распределения вероятностей (pdf) входным величинам (или совместного распределения вероятностей для тех входных величин, которые не являются независимыми) на основе доступного знания.

JCGM 103 разделяет модели по следующим признакам:

а) используемые величины являются действительными или комплексными;

б) модель измерений принимает общую форму:

$$h(Y, X_1, X_2, ..., X_N) = 0 \quad (1)$$

или может быть выражена, как функция измерений:

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_N); \quad (2)$$

в) модель имеет одну Y или несколько $Y_1, Y_2, ..., Y_m$ выходных величин, зависящих от набора одних и тех же входных величин $X_1, X_2, ..., X_N$. К ним могут быть отнесены:

- сложная выходная величина, выраженная посредством действительных и мнимых составляющих (амплитуда или фаза);
- величина, определяющая параметры функции калибровки;
- величина, определяющая геометрические координаты на плоскости или в пространстве.

Так как в общем случае оценка каждой выходной величины зависит от всех входных, требуется оценить ковариации всех пар таких оценок. JCGM 103 будет включать использование переменных таким образом, чтобы все или некоторые итоговые величины были некоррелированы или слабо коррелированы.

В [1] будут также рассмотрены т.н. многоступенчатые модели, в которых выходные величины с предыдущих ступеней становятся входными величинами для последующих ступеней (реализация принципа переносимости GUM [2]). Примером многоступенчатой модели является составление и использование функции калибровки [10]. Поскольку параметры функции калибровки получены из одних и тех же исходных данных, оценки этих параметров будут коррелированы, что необходимо учитывать при оценивании неопределенности измерений.

В дополнение к моделям, перечисленным в категориях (а) – (в), следовало бы добавить категорию

г) является ли измеряемая величина статической или динамической.

Рассмотрение неопределенности динамических измерений в будущем, очевидно, будет представлять собой отдельное Руководство.

3. Разработка математической модели

Математическая модель формируется на теоретической или эмпирической основе, или на той, и другой вместе, и в большинстве случаев зависит от метрологической дисциплины: электрические, механические, геометрические, тепловые, аналитические измерения и т.д. [10].

В работе [6] описывается теоретическая основа формирования математической модели (математическая формулировка задачи) следующим образом: «Формулирование уравнений (с соответствующими начальными и граничными условиями), описывающих физические процессы, формирующие информационный сигнал, а также процессы, воздействующие на сигнал при его прохождении от объекта измерения до измерительного устройства и в самом измерительном устройстве».

Если нет возможности теоретического описания модели, она может быть построена на основе экспериментальных исследований зависимостей:

$$y = f_1(x_1),\ y = f_2(x_2),\ \dots,\ y = f_N(x_N).$$

Эти зависимости, выраженные в виде одномерных массивов или аппроксимирующих их зависимостей, могут быть объединены в многомерный массив или многомерную зависимость (2), получаемую методом наименьших квадратов.

Затем модель дополняется членами, включающими в себя другие входные величины, описывающие воздействия, влияющие на измерение. JCGM 103 будет содержать руководство по работе с этими дополнительными воздействиями, которые могут быть разделены на случайные и систематические. В нем будет описываться обработка, например, систематических ошибок, эффектов, зависящих от времени и корреляции.

Если аналитическая зависимость влияющих факторов на результат измерения неизвестна, то ее также можно определить экспериментально. При этом воздействие влияющего фактора Z на измеряемую величину может быть учтено в выражении (2) с помощью аддитивной поправки [11]:

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_N) + w_Z Z \,, \qquad (3)$$

или поправочного коэффициента $f_z(Z)$ [12]:

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_N) \cdot f_z(Z) \,. \qquad (4)$$

Значение w_Z (коэффициента влияния Z на Y) может быть найдено экспериментальным путем [11].

При оценивании неопределенности измерений применяется метод линеаризации совместно с методом суммирования дисперсий, в результате которого исходное уравнение (2) заменяется на закон распространения неопределенностей:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{j=1}^{N} [c_j u(x_j)]^2} \,, \qquad (5)$$

где $c_j = \dfrac{\partial y}{\partial x_j}$ – коэффициент чувствительности.

Выражение (5) является моделью для оценивания неопределенности измерений. Недостатком такой модели является появление смещения оценок стандартной неопределенности измеряемой величины при нелинейном модельном уравнении и значительных стандартных неопределенностях входных величин [13]. Устранить этот недостаток позволяет метод конечных приращений Δ_j [14], реализация которого имеет вид:

$$u(y) = \frac{1}{2} \left\langle \sum_{j=1}^{N} \{ f[x_1, ..., x_j + \Delta_j, ..., x_N] - \right. \qquad (6)$$
$$\left. - f[x_1, ..., x_j - \Delta_j, ..., x_N] \}^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} .$$

Проверить адекватность моделей (5), (6) можно, используя метод Монте-Карло [13]. Для проверки адекватности моделей (1), (2) может быть применен только эмпирический подход.

4. Обоснование формы законов распределения входных величин

Если достоверность оценки числового значения результата измерения определяет адекватность модели (1), то на достоверность оценки ее неопределенности влияние будет оказывать еще и адекватность приписываемых входным величинам распределений вероятностей $g(X_j)$. Поэтому модель измерения, по-видимому, должна включать в себя информацию о распределениях $g(X_j)$ и представляться в виде:

$$g(Y) = f[g(X_1), g(X_2), ..., g(X_m)] \,. \qquad (7)$$

В этом случае математическое ожидание $E[g(Y)]$ будет являться наилучшей оценкой числового значения измеряемой величины, а стандартное отклонение $\sqrt{V[g(Y)]}$ – наилучшей оценкой неопределенности.

Следует отметить, что если (1) обычно известно из общефизических соображений с высокой степенью достоверности, то информация о законах распределения входных величин обычно задается эвристически (прежде всего, ввиду трудностей, которые возникают при попытке моделирования факторов, существенно влияющих на законы распределения). Так, принято считать, что закон распределения наблюдаемого рассеяния показаний средства измерительной техники (СИТ) является нормальным, а закон распределения большинства составляющих типа B – равномерный, поскольку является неизвестным. В то же время, наблюдаемое рассеяние показаний СИТ может быть вызвано наводками или помехами питающей сети, поэтому может иметь арксинусный закон распределения. При малом числе наблюдений гипотезу о законе проверить невозможно. Кроме того, по большому счету, нормальный закон вообще не является реально существующим, т.к. при измерениях мы никогда не получаем показаний СИТ равных $\pm\infty$. Если говорить о законах распределения вкладов типа B, то они по большей части вообще не подлежат определению. Поэтому при моделировании законов распределения входных величин необходимо исследовать погрешность от оценивания неопределенности измерений, вызванную неадекватностью принятой модели.

Выводы

1. Основными категориями моделей являются вербальные, графические, аналитические и программные модели, последовательная реализация которых является основными этапами создания модели.

2. Основные этапы моделирования будут перечислены в разрабатываемом документе JCGM 103. К этим этапам в разрабатываемом документе COOMET следует добавить проверку адекватности модели измерения и формы законов распределения входных величин.

3. К классам математических моделей, рассматриваемых в разрабатываемом документе JCGM 103, в разрабатываемом документе COOMET следует добавить динамические модели.

Список литературы

[1] JCGM 103. Evaluation of measurement data – Supplement 3 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Developing and using measurement models.

[2] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Geneva: ISO, 1993.

[3] Bich et al. Revision of the «Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement // Metrologia. − 2012, − Vol. 49, pp. 702–705.

[4] Klaus-D. Sommer. Modelling of Measurements, System Theory and Uncertainty Evaluation / In book “Data Modelling for Metrology and Testing in Measurement

Science”. Editors: Franko Pavese, Alistair B. Forbes. Pub. Birkhauser: Boston-Basel_Berlin.- 2009.- pp. 275-298.

[5] Балалаев В. А., Слаев В. А., Синяков А. И. Потенциальная точность измерений / Под ред. В.А.Слаева.- С.-Пб.: АНО НПС «Профессионал», 2005.- 104 с.

[6] Прокопов А. В. Алгоритм обоснования уравнения измерения и оценки методической погрешности (неопределенности) результата измерений при косвенных измерениях // Измерительная техника. – 2005, №4. С. 25-29.

[7] EURACHEM/CITAC Guide CG 4 “Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement”. Third Edition. QUAM:2012.

[8] Rein Laaneots, Olev Mathiesen. An introduction to metrology. Tallinn: TUT press, 2006, 271 p.

[9] Водотыка С.В. Использование искусственных нейронных сетей с интервальной арифметикой при построении калибровочной зависимости средства измерения // Збірник наукових праць Харківського університету повітряних сил, 2011, №1 (27). С. 217-221.

[10] JCGM 104:2009. Evaluation of measurement data – An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents.

[11] Прокопов А.В., Подколзина Е.Н. О возможности уточнения уравнения (модели) измерения на основе использования экспериментальных данных. // XIII Международный научно-технический семинар «Неопределенность измерений: научные, методические и прикладные аспекты», Минск, 2016. Сборник докладов, с. 108-110.

[12] Мкртычян Н.Б., Нежиховский Г.Р. Оценивание неопределенности измерений, выполняемых автоматическим анализатором атмосферного воздуха // Системи обробки інформації, 2014, №3 (119). С. 61-65.

[13] JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method.

[14] Боцюра О.А., Захаров И.П. Исследование применения метода конечных приращений для оценивания неопределенности измерений // XIII Международный научно-технический семинар «Неопределенность измерений: научные, методические и прикладные аспекты», Минск, 2016. Сборник докладов, с. 16-19.