УДК 303.21: 519.72

С.И. Мельник[1], И.Г. Тулузов[2]

[1]*ИРЭ им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков, Украина*
[2]*Харьковский региональный центр инвестиций, Харьков, Украина*

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ КВАНТОВО-РЕЛЯТИВИСТСКОГО ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ

Algorithmic theory of "complexity" is the most common approach to the description of the measurement results and their analysis. It has been shown that it allows us to introduce a partial ordering on the set of results of basic measurement in physics, information theory and economics. However, the properties of languages, which is calculated using the "complexity" is not symmetrical. The requirement to lack a dedicated description language allows us to represent data objects as elements of a relativistic vector space. The "transfer rules" from one language to another of the description of the program correspond to the coordinate transformations from one reference system to another in the physical space-time. Many events in this information space is not given a priori, and is formed as a representation of the results of fundamental measurement. This allows us to consider the problem of information theory similar to the objectives of the physical dynamics.

Ключевые слова: *информационное пространство, релятивизм, фундаментальное измерение, инвариантность, теория сложности.*

Введение

Измерения в физике привязаны к пространственно-временному континууму, что позволяет решать задачи динамики и оптимизировать работу природных и технических систем. В связи с этим неоднократно делались попытки описать и другие (прежде всего социально-экономические) системы как элементы виртуального векторного пространства и свести задачи предсказания и оптимизации их поведения к задачам физической динамики.

На этом пути существует две основные трудности. Первая из них связана с необходимостью формализации понятий виртуального расстояния и промежутков виртуального времени между парой различных состояний системы. Вторая – с наличием субъективного элемента в описании ее свойств. Они могут быть преодолены в теории фундаментальных измерений. Ранее нами была предложена модель релятивистского пространства экономических состояний [1] и показано, что ее обобщение применимо к анализу состояний сознания субъекта [2]. При этом оказалось, что наличие субъективной составляющей с неизбежностью приводит к необходимости применения квантово-механического формализма для описания динамики таких систем [3,4]. Полученные аналогии между поведением физических и социально-экономических систем возникают не в силу каких-либо скрытых физических механизмов функционирования последних, а в результате общего информационно-измерительного подхода к построению векторного пространства их состояний.

В настоящей работе мы покажем, что как физическое, так и социально-экономическое векторные пространства являются частными проявлениями информационного пространства фундаментальных измерений (ФИ) и отражают все свойства и специфику последних. Определяя фундаментальное измерение, мы тем самым не только задаем симметрии связанного с ним пространства, но и в значительной степени определяем свойства и законы динамики наблюдаемых в нем объектов.

Фундаментальные измерения в физике, экономике и теории информации

Фундаментальным измерением мы будем считать процедуру сравнения двух объектов некоторого множества. Результатом такого измерения – отношение их упорядочения. ***В физической теории*** таким свойством обладает отношение временного упорядочения любых двух событий. Но в физике, как и в любой другой науке, стремятся выделить объективные свойства наблюдаемой системы, инвариантные к выбору способа наблюдения. Так, для любой пары событий «А» и «В» истинно одно из трех утверждений:

- событие «А» для любого наблюдателя происходит позже события «В» (находится по отношению к нему в верхнем световом конусе);
- событие «А» для любого наблюдателя происходит раньше события «В» (находится по отношению к нему в нижнем световом конусе);
- события «А» и «В» пространственно - подобны и для разных наблюдателей могут иметь различный временной порядок.

Один из этих трех результатов мы и будем называть результатом абсолютного фундаментального измерения (АФИ) в физической теории.

По аналогии с физикой определим результат абсолютного фундаментального измерения (АФИ) ***в теории информации*** как одно из трех утверждений:

- в ИО «А» содержится вся информация, содержащаяся в ИО «В»;
- в ИО «В» содержится вся информация, содержащаяся в ИО «А»;
- информация «А» и информация «В» не содержатся полностью друг в друге.

При этом мы допускаем, что в третьем случае в объекте «А» может содержаться часть информации об объекте «В» и наоборот.

В экономической теории отношение частичного упорядочения может быть введено на основе процедуры сделки, рассматриваемой как ФИ. Для любой пары экономических объектов «А» и «В» можно утверждать одно из трех:

- любой из собственников согласится на сделку по обмену принадлежащего ему объекта «А» на «В»;
- любой из собственников откажется от сделки по обмену «А» на «В»;
- согласие на сделку по обмену «А» на «В» или отказ от нее могут зависеть от мнения собственника.

Фундаментальные измерения в экономике и построенное на основе их анализа релятивистское пространство экономических состояний было нами описано подробно в работах [1, 2]. Таким образом, мы видим, что фундаментальные измерения во всех этих областях знаний представлены эквивалентными математическими структурами.

Простой пример построения информационного пространства на основе ФИ

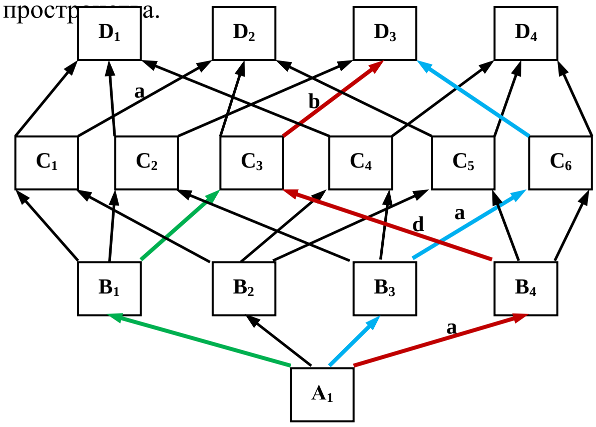
В классической логике любой информационный объект имеет однозначное представление в виде множества элементарных (атомарных) утверждений. Например, при однократном бросании 2 монет возможны такие элементарные исходы:

(a) - ОО; (b) – ОР; (c) – (РО); (d) – (РР)

Все остальные утверждения (информационные объекты) о результате наблюдения могут быть получены из атомарных с помощью логических операций. Любому из них можно поставить в соответствие подмножество элементарных исходов, для которых оно истинно. И наоборот, любому подмножеству элементарных исходов соответствует фундаментальное измерение (утверждение, которое принимает одно из двух значений). В рассматриваемом примере таких различных подмножеств – 15 (включая множество всех элементов). Их структура (по количеству элементов подмножества) может быть задана как (1+4+6+4). Граф элементарных ребер для этих ИО показан на рис. 1.

В этом графе произвольным образом может быть выбрана последовательность элементарных ребер (показана красным цветом) и принята за «временную» шкалу. Относительно нее остальные вершины графа оказываются в неравном положении. Так, например, вершина «B_1» находится на «расстоянии» (1+1) ребер от нее, а вершина «B_3» - на «расстоянии» (1+2) ребер. Мы можем связать с этим некое подобие пространства, в котором каждой из вершин будет соответствовать координаты, связывающих вершину с «мировой линией», принятой за ось времени. Можно утверждать, что вершины «A_1»; «B_4»; «C_3»; «D_3» находятся в начале координат, а все остальные – на некотором расстоянии от них. При этом вершины «C_6» и «C_2» характеризуются одинаковым набором (2+1), но содержат разную информацию. Поэтому они должны быть размещены на одинаковом расстоянии, но в разных точках пространства. Отсюда следует, что даже в таком простом примере одномерного пространства не достаточно для размещения в нем всех вершин графа.

Любую траекторию в пространстве информационных состояний можно представить, как последовательность «событий». Например, траектория, которую мы выбрали для «мировой линии», описывается событиями **(a;b;d)**. При этом одно и то же «событие», например **(a),** может происходить в различных точках информационного пространства.



$$A_1 \equiv (a \cup b \cup c \cup d)\ B_1 \equiv (a \cup b \cup c)\ B_2 \equiv (a \cup b \cup d)$$
$$B_3 \equiv (a \cup c \cup d)\ B_4 \equiv (b \cup c \cup d)\ C_1 \equiv (a \cup b)$$
$$C_2 \equiv (a \cup c)\ C_3 \equiv (c \cup b)\ C_4 \equiv (a \cup d)\ C_5 \equiv (b \cup d)$$
$$C_6 \equiv (c \cup d)\ D_1 \equiv (a)\ D_2 \equiv (b)\ D_3 \equiv (c)\ D_4 \equiv (d)$$
$$E_1 \equiv (0)$$

Рис. 1. Граф элементарных ребер абсолютного упорядочения информационных объектов и возможное построение в нем временной шкалы

Мы не будем более подробно останавливаться на анализе этого простого примера, так как он очень далек от выполнения аксиом векторного пространства. Приведенный пример следует рассматривать только как иллюстрацию возможности построения информационного пространства состояний. Однако оно не является ни векторным, ни непрерывным, хотя и обладает своей специфической симметрией, навязанной исходным описанием. В нем мы имеем априорно определенное с помощью другого языка («орел» - «решка») множество элементарных исходов наблюдения и построенное на его основе с помощью логических связок множество ФИ.

В рамках информационно-измерительного подхода мы, прежде всего, отвечаем на вопрос о том, какими свойствами должны обладать информационные объекты для того, чтобы множество ФИ образовывало векторное пространство, и было при этом максимально симметричным.

Связь фундаментальных измерений с относительной сложностью описания

Условной сложностью $S_{\Omega_k}(A/B)$ информационного объекта «А» относительно «В» называют минимальную длину $]p_i[$ программы p_i, которая переводит «А» в «В».

$$S_{\Omega_k}(A/B) = \min]p_i[\;\; if \;\; B = p_i(A) \qquad (1)$$

Если получен результат АФИ $A \to B$, это означает, что информация «А» при любом описании содержится в информации «В» (однозначно следует из нее). В теории сложности количество информации $K_S(A/B)$ об «А», содержащейся в «В», рассчитывают как

$$K_S(A/B) = S_{\Omega_k}(A) - S_{\Omega_k}(A/B)\,, \qquad (2)$$

где $S_{\Omega_k}(A)$ - безусловная сложность «А», которая равна по определению количеству информации, содержащейся в «А». Но тогда, при выполнении условия $A \to B$ получим

$$K_S(A/B) = S_{\Omega_k}(A)\text{, откуда } S_{\Omega_k}(A/B) = 0 \quad (3)$$

Мы учтем особенности информационно-измерительного подхода и несколько изменим определение условной сложности описания. Под условной сложностью описания ИО «А» относительно «В» будем подразумевать то минимальное количество результатов ФИ (бит информации), которое необходимо добавить к «В», чтобы получить ответы на все вопросы, определяющие «А».

Если $A \to B$, то при заданном на входе программы «В» мы уже имеем ответы на все «вопросы» F_k, определяющие «А». Поэтому условная сложность описания «А» относительно «В», определение которой адаптировано под теорию ФИ, равна 0. Отличие от классического определения условной сложности в том, что мы не требуем стирания лишней информации.

$$S^*_{\Omega_k}(A/B) = \min]p_i[\;\; if \forall k \;\; F_k(B) = F_k(p_i(A)) \qquad (7)$$

При этом может оказаться, что обратное не верно. Тогда сложность описания «В» относительно «А» больше нуля и мы считаем, что $A \to B$. Если же обе относительные сложности равны 0, то это эквивалентные (неразличимые) информационные объекты. Таким образом, значения условной сложности для пары объектов «А» и «В» однозначно определяют отношение абсолютного упорядочения (информационного включения) между ними. Но верно и обратное. Если известно, что $A \to B$, то это означает, что ИО «В» задает однозначные ответы (да или нет) на все те же вопросы, что и «А», и еще на некоторые вопросы дополнительно. В том случае, когда таких дополнительных ответов больше одного, мы можем найти такой объект «С», что $A \to C \to B$. В противном случае ребро направленного графа между «А» и «В» является ***элементарным ребром***. Так как для получения ответа на один дополнительный элементарный вопрос (ФИ) требуется один бит информации, то и условную сложность таких объектов будем считать равной одному. Тогда условную сложность для двух произвольных объектов, таких, что $A \to B$, можно определить, как минимальное количество элементарных ребер в цепочке $A \to C_1 \to C_2 \to C_3 ... \to B$. Полученное значение $S^*_{\Omega_k}(A/B)$ при этом зависит от свойств языка программирования Ω_k. Заметим, что для любого элементарного ребра должно существовать ***сопряженное*** с ним ***элементарное ребро*** графа, которое соответствует противоположному ответу на тот же самый вопрос. В противном случае (отсутствие такого альтернативного информационного объекта и соответствующего элементарного ребра) вопрос теряет смысл.

Таким образом, нам удалось определить результаты АФИ через значения условной сложности и наоборот: рассчитать значения условной сложности с помощью результатов АФИ. При этом посредством АФИ могут быть определены и элементарные операторы используемого языка программирования. Это процедуры, действие которых на некоторый ИО «А» приводит к его изменению на один бит информации (ответы «да» или «нет» соответствуют различным операторам). Более того, мы можем вообще не интересоваться представлением операторов языка и информационных объектов в рамках используемых алфавитов. Как операторы, так и информационные объекты могут быть определены на основе тех элементарных ребер, которые их связывают. Аналогичный подход к определению терминов используется и в любом толковом словаре. Каждое слово в нем описывается с помощью других слов, в свою очередь описанных в этом словаре. Достаточно проницательный читатель сможет уяснить их смысл, анализируя только их взаимосвязи (аналог графа частичного упорядочения).

«Траекторное» представление операторов языка программирования и информационных объектов

В общем случае алфавит языка программирования является конечным и отличается от конечного алфавита, используемого для задания информационных объектов (машина Тьюринга, например). Для его приведения к пространственному представлению в рамках теории «сложности» нужно:

- Определить множество информационных объектов, с которыми оперирует этот язык.
- Найти для каждой пары таких объектов значения условной сложности описания.
- Построить множество результатов АФИ на основании значений относительной сложности для каждой пары объектов и выделить из них подмножество элементарных направленных ребер.
- Выбрать одну из вершин полученного направленного графа в качестве начала отсчета, а проходящую через него последовательность элементарных ребер использовать в качестве шкалы времени.
- Определить тем или иным способом расстояние, на основании результатов АФИ и выбранной шкалы информационного времени.

В результате мы получим направленный граф, подобный графу, показанному на рис. 3. Но при этом для его построения вместо рассмотрения множества элементарных событий и привязки каждого из информационных объектов к тому или иному его подмножеству мы используем результаты АФИ, которые вычисляются независимым образом. А можем ли мы представить вершины графа информационных состояний (информационные объекты) как всевозможные подмножества множества элементарных событий? В некоторых случаях ответ на этот вопрос дает ***теорема Стоуна*** [5]. В ней утверждается, что для любой дистрибутивной структуры существует мономорфизм, отображающий ее в структуру всех подмножеств некоторого множества, причем так, что дополнение переходит в дополнение. Для того, чтобы частично упорядоченное множество являлось структурой (решеткой) для каждой пары его элементов должна существовать точная верхняя и точная нижняя грань. Для одномерного физического пространства эти условия выполняются. Тогда в силу теоремы Стоуна множество состояний наблюдателя всегда может быть представлено, как различные подмножества элементарных событий, происходящих в нем. Информация, соответствующая точке «А» такого пространства – это информационное состояние «демона Лапласа», который «знает» обо всем, что произошло в нижнем световом конусе точки «А». Принципиально важным является тот факт, множество событий, происходящих, происходивших и тех, которые будут происходить в этом пространстве, не задано изначально, а формируется как представление множества информационных состояний. Для произвольной пары событий в трехмерном физическом пространстве не существует точной верхней и нижней грани. Тем не менее, мы полагаем, что и в этом случае возможно доказательство обобщенного аналога теоремы Стоуна. Однако для этого потребуется использование квантово-механического формализма (в частности – матриц Паули), а сами элементарные события будут обладать кантовыми особенностями (отсутствие локализации, перепутанность и т.п.).

Информационное пространство, построенное для произвольного языка, не является ни векторным, ни непрерывным, ни симметричным. Для того, чтобы «открывать» фундаментальные законы движения в информационном пространстве, воспользуемся «подсказками» из физики. Б. Грин пишет [6]: «Один из универсальных уроков последнего столетия состоит в том, что известные законы физики находятся в соответствии с принципами симметрии … Например, с какой стати система отсчета одного наблюдателя должна быть более предпочтительной, чем система другого?». Рассматривая информационное пространство, мы также можем сказать: «С какой стати один язык описания (программирования) должен быть более предпочтительной, чем другой?»

На первом этапе развития «информофизики» могут быть учтены самые простые типы симметрий способов описания информационных объектов. Они оказываются идентичны введению подмножества инерциальных систем отсчета в физике. Затем описание «траекторий движения» в «неинерциальных» языках описания потребует введения дополнительных внешних сил и полей. Дальнейшее расширение типов используемых симметрий связано с дискретностью представления информационных объектов, и, видимо, потребует использования квантово-механического подхода.

Список литературы

[1] S.I. Melnyk, I.G. Tuluzov Theory of pricing as relativistic kinematics arXiv.org > q-fin > arXiv:1508.06225.

[2] Melnyk S. and Tuluzov I. Modeling in economics and in the theory of consciousness on the basis of generalized measurements. NeuroQuantology 2014; 12 (2): 297-312.

[3] Tuluzov I. and Melnyk S. Manifestation of Quantum Mechanical Properties of a Proprietor’s Consciousness in Slit Measurements of Economic Systems. NeuroQuantology 2014; 12 (3): 398-411.

[4] Igor G. Tuluzov, Sergiy Melnyk4. Tuluzov I, Melnyk S. Algebra of fundamental measurements as a basis of dynamics of economic systems, arXiv:1209.1831.

[5] Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. - М, Физматлит, 1979. - 260 с.

[6] Грин Б. Элегантная Вселенная. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 288 с.